

13. 線形常微分方程式ノ解, Topologische Abbildungen = 就テ.

中野秀五郎 (一高)

本年四月数物ノ年会 = 於テ、筆者、南雲氏ト、共同研究トシテ、ニツ、任意
ノ一階線形齊次微分方程式カ

$$(1) \quad \begin{cases} y = \alpha(t)z \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad (\alpha(t) \neq 0, \varphi(t) \neq 0)$$

ナルカ如キ変換 = テ互 = 他 = 移リ得ル總テ、場合ヲ決定セリ。筆者ガ此處 = 記カ
ント欲スルコトハ、ニツ、線形微分方程式 = 就テ

$$(2) \quad \begin{cases} y = \varphi(t, z) \\ x = \psi(t, z) \end{cases}$$

ナルカ如キ (x, y) -面ト (t, z) -面ト、Topologische Abbildung = ヨリ一方ノ微分方
程式ノ解ガ他方ノ解 = abbilden サレルルカ、変換 (2) ノ如何ナル条件ヲ満足
ベキカト云フコトナリ。

1. 一階微分方程式ノ場合、

ニツ、一階線形微分方程式ノ一般解ヲ夫レ

$$(3) \quad C u(x) + h(x) \quad (C \text{ " arbitrary constant })$$

$$(4) \quad C v(x) + k(x)$$

解 $h(x)$ = 解 $k(x)$ ガ對應スルモノトス。

ズ (3) ヲ

$$(5) \quad \begin{cases} y = u(x)z_1 + h(x) \\ x = t_1 \end{cases} \quad (u(x) \neq 0 \text{ ナルコトハ、明白ナリ})$$

ナル変換 = テ

$$(6) \quad z_1 = C$$

$$\begin{cases} y = v(x)z_2 + k(x) \\ x = t_2 \end{cases} \quad (v(x) \neq 0 \text{ ナルコト... 明カナリ})$$

$$z_2 = C$$

≠ (b) + (8) トヲ Topologische Abbildung = ヲリゾ = 他 = 変形

横軸 = 平行 + 直線ヲ 横軸 = 平行 + 直線 = 変換スベキヲ以テ

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

ザルベカラズ。此處 = $\varphi(z_1), \psi(t_1)$ ハ増加或ハ減少連続函数ナリ
ische Abbildung (2) "

$$\begin{cases} y = v[\psi(t)] \varphi\left\{\frac{z - k(t)}{u(t)}\right\} + k(t) \\ x = \psi(t) \end{cases}$$

ザルベカラズ。又カ、ル形ノ条件 = 適ス。

皆微分方程式ノ場合

分方程式ノ一実ヲ、近傍 = 於テ

$$\begin{cases} y = \alpha(x)z \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad \xi - \epsilon < x < \xi + \epsilon \Rightarrow \alpha(x) \neq 0, \varphi'(t) \neq 0$$

変換 = テ

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

察シ得ル。故 = 二ツ、亦 = 皆微分方程式ノ解カ topologisch =

ナレトシ。其ノ変換 (9) ノ如キ変換 = ヲリ (10) ノ如キ形ノ

Topologische Abbildung = 変形ナレトシ (11) ノ形ノ微分

ノ横軸 = 垂直ナラザル直線ナリ、然ルニ直線ヲ直線 = ~~inholden~~

然カモ標軸 = 垂直 + ラザルモノ、又標軸 = 垂直 + ラザルモノへ abbilden サレ
ルヲ以テ、連続性 = ヲリ、標軸 = 垂直 + ル直線、又標軸 = 垂直 + ル直線へ abbilden
サレル。ワ、ル Topologische Abbildung .. 射影幾何、定理 = ヲリ

$$y = \frac{c_1 + c_2 z + c_3 t}{b_1 + b_2 t}$$

$$x = \frac{a_1 + a_2 t}{b_1 + b_2 t}$$

ナル変換 = 限ル。故 = 元、Topologische Abbildung ..

$$(11) \quad \begin{cases} y = \alpha(x)z + \beta(x) \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad (\alpha(x) \neq 0, \varphi(t) \neq 0)$$

ナル形、変換 + ラザルベカラズ。然レコレハ一真、近傍 = テ、諸ナルモ各真、近
傍 = テ (11) ノ如キ変換 + レル、元、Topologische Abbildung .. 恒 = (11) ノ
如キ変換 + ラザルベカラズ。

逆 = (11) ノ如キ形、変換 = ヲリ任意、才 = 階微分方程式カ他、任意、才
= 階微分方程式 = 変形シ得ルトハ必ズレモ云ヘズ。其レガ変形シ得ル場
合ハ冒頭 = 述ベタル如ク本年四月、年会 = テ発表セル所ナリ。

3. 才n階微分方程式、場合

= ツ、才n階微分方程式ヲ互 = abbilden スル Topologische Abbildung
= 於テ一真 (x_0, y_0) ガ (t_0, z_0) = abbilden サレ、 (x_0, y_0) ヲ通ル一解 $k(x)$ ガ
 (t_0, z_0) ヲ通ル解 $k(t) =$ abbilden サレツトスル。今 (x_0, y_0) ヲ通り $k(x)$ + (n-1)回
ノ切觸ヲナス解 $u_1(x)$ 、Bild ヲ $v_1(t)$ トスレバ、 $v_1(t)$ リ $k(t)$ + (t_0, z_0) = 於テナハリ
(n-1)回ノ切觸ヲナス。如何ト + レバ、若レ然ラズトセバ、即チ $v_1(t)$ ガ $k(t)$ + (t_0, z_0)
= 於テ n-1回以下ノ切觸ヲナスレバ、 (t_0, z_0) ノ近傍 = テ 真 (t_0, z_0) ヲヨキリ $v_1(t)$
ト $k(t)$ + (t_0, z_0) ノ間 = 挿入ル解ハツクトモ ∞^2 ノ自由度ヲ有ス。然ル = 此ノBildトレテ

(x_0, y_0) を通り $u_1(x)$ と $h(x)$ と、間 = 挟マレル = 到ル解、自由度 $\infty + 1$ 、故 = 相
 解 = 必ズシモ相異ル解が対応セス。従フテ Topologische Abbildung = 矛盾ス
 形ヲ = シテ (x_0, y_0) を通り $h(x)$ と $n-2$ 回、切觸ヲスル一解 $u_2(x)$ 、Bild $v_2(t)$
 (t_0, z_0) を通り $k(t)$ と $n-2$ 回、切觸ヲナス。然ル = 一般 = $h(x)$ 或ハ $k(t)$ と (x_0, y_0)
 或ハ (t_0, z_0) = テ少クトモ $n-2$ 回、切觸スル解ニ夫々

$$(12) \quad \begin{cases} C_1(u_2(x) - h(x)) + C_2(u_1(x) - h(x)) + h(x) \\ C_1(v_2(t) - k(t)) + C_2(v_1(t) - k(t)) + k(t) \end{cases} \quad \begin{cases} C_1, C_2 \text{ arbitrary} \\ \text{constants} \end{cases}$$

= テ與ヘラレル。然レテコレヲ互 = 他 = abbilden サレル。然ル = Wronskian

$$\begin{vmatrix} u_2(x) - h(x) & u_1(x) - h(x) \\ u_2'(x) - h'(x) & u_1'(x) - h'(x) \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} v_2(t) - k(t) & v_1(t) - k(t) \\ v_2'(t) - k'(t) & v_1'(t) - k'(t) \end{vmatrix}$$

ハ夫々 $x = x_0$ 、或ハ $t = t_0$ を除イテハ x_0 或ハ t_0 、近傍 = テ零トナラス。故 = (12)
 ハ夫々 $x = x_0$ 、或ハ $t = t_0$ ナルガ由クナク除イテ (x_0, y_0) 或ハ (t_0, z_0) 、近傍 = 於
 テ才 = 回微分方程式ノ解 = シテ今考フル所ノ Topologische Abbildung = ヌリ
 互 = 他 = abbilden サレル。故 = 2, = ヌリテ、Topologische Abbildung
 (x_0, y_0) 、近傍 $(x - x_0)$ ナル由ク除イテハ (11) ナル形 = テ表ハサレル。故 = 連続性
 ヌリ $x = x_0$ ナル由ク = 於シテモ (x_0, y_0) 、近傍 = テ (11) ナル形 = テ表ハサレル。尚又任
 意ノ由ク、近傍 = 於テ (11) ナル形 = テ表ハサレルヲ以テ、考フル所ノ Topologische
 Abbildung、(11) ナル形、変換ナラサルベカラズ。又 2, = 於テ (11) を誘導
 セル 徑路ヨリ、此ノ際 $\alpha(x), \beta(x), \varphi(t)$ が n 回微分可能ナルコトモ容易 = 推察
 サレル。以上 2 3 を綜合シテ次ノ定理ヲ得ル。

定理: ニツ、才 $n (n \geq 2)$ 階微分方程式、解ヲ互 = abbilden スル Topologische Ab
 bildung、

$$\begin{cases} y = \alpha(x)z + \beta(x) \\ x = \varphi(t) \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha(x) \neq 0, \varphi'(t) \neq 0. \\ \alpha(x), \beta(x), \varphi(t) \text{ } n \text{ 回微分可能} \end{cases}$$

 ナル変換 = 限ル

1 階以上、即ち一般に n 階微分方程式 = 就て、如何なる場合 = 上述ノ如キ変換 = して、 n 階微分方程式 = abbilden されるカ。筆者、今研究中、所々。

1934. 7. 31.

(8.2 受取)

正誤一系形微分方程式 / Topologische Abbildungen
= 就て一 中野秀五郎 (才5号)

2頁

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \dots \\ x = \psi(t) \end{cases}$$

ヲ

$$\begin{cases} z_2 = \varphi(z_1) \\ t_2 = \psi(t_1, z_1) \end{cases} \quad \begin{cases} z_1 = \varphi^{-1}(z_2) \\ t_1 = \psi^{-1}(t_2, z_2) \end{cases}$$

$$y = \psi\left\{\psi(t_1, \frac{z-h(t)}{u(t)}\right\} \varphi\left\{\frac{z-h(t)}{u(t)}\right\} + h(t)$$

$$x = \psi\left(t_1, \frac{z-h(t)}{u(t)}\right)$$

$\psi(t, z)$ ハ $t = \text{関}$ して増加或ハ減少連続函数、 z して連続、從つて $t, z = \text{関}$ して連続ナリ (南雲氏 = コレ)

2頁

(9) / $y = \alpha(x)z \Rightarrow y = \alpha(x)z + \beta(x)$ トス