

78. 集合論雜記

平野次郎 (阪大)

之ハ一ノ雜談デアレ。此ノ種ノ談論ヲ本誌ノ上ニ敢テスルノハ不遜ノ罪ヲ免ガレヌカモ知レヌガ、躊躇シナガラモ心ノ表面ヲ掠メ過ギル折々ノ印象ヲ述ベテ大方ノ諸賢ノ御叱正ヲ仰グノモ亦此ノ談話會ナレバコソ許サレルノデハナイカトモ思ハレテ、ヒソカナ怖レヲ抱キツ、此項ヲ記スル次第デアル、御諒承ヲ願フ。

集合論ハ最近色々ノ方面ヨリ研究サレテキルが特ニ公理論的方面ノミニツイテ云ヘバ、此等ノ研究ハ結局ニ於テ、アル確定シターノ領域ノ構成ニ關スルモノデアル様ニ見エル。

アル領域ガ前提サレテ、ソコニ或ル(一般集合論ニ於テ妥當スル)公理系ガ確立サレルガ此処デカ、ル前提サレタ領域ガ逆ニコノ公理系ニヨツテ一意的ニ(イソモルフナルモノハ同トスル)確定サレネバナラナイノデアル。領域ト公理系トハ此ノ様ナ相互作用ヲ持ツモノデアル。此点群、等ノ公理系トハ異ナル様ニ思ハレル。デアルカラ *skolem* ノ証明ガ若シ眞デアルナラバ、即無矛盾ノ公理系(集合論的)ニ對シテ常ニソレヲ満足スル可附番的領域ガ存在スルト云フコトヲ承認スルトキハ此様ナ公理系ニ依ツテ確定サレル領域ハ單ニ可附番的ノモノニ過ギナイノデアルカモ知レナイ。從ツテ其知ニ於ケル集合論ハ唯可附番的集合ノミヲ取扱フモノニ過

ギナイ概念がアル。ソレデハ此ノ集合論ハ一般集合論ヲ公理的ニ表現スルモノデハ無クナル、何ウシテモ此ノ公理系ノ中ニ少クトモ領域、超可附番性ヲ規定スルモノが求めラレネバナラナイ。併シ此ノ様ナ公理ヲ加ヘタ公理系が無矛盾デアレバ、之レヲ満足スル可附番的領域がアルノデアアル故結論ヲ急ゲバ、公理系が無矛盾ナラバ、ソレヲ満足スル領域ハ必ず可附番的デアアルコトニハナラナイが、若シ超可附番的領域がアレバ、ソノ超可附番性ヲ規定スル公理ヲ、ソノ公理系ニ附ケ加ヘルモ其ノ領域デハ無矛盾デアアル筈デアアル。然ルニ他ノ或ル領域デ公理系ハ矛盾ニ逢着スル。公理系が一意的ニ領域ヲ決定スルノナラバ、ソノ領域ハ必然的ニ可附番的ニナツテシマフ。

併シ Skolem ハ Schöder ノ論理ヲ根底ニ置イテキル。

ソノ様ナトコロニ又問題、芽がアリソウデアアル。

此ノ様ナ領域ト公理トノ相互關係モアルが又異ナル關係ニ立ツノモアル。

大分前ニ友人ノ K 君が同値概念ニツイテ本誌ニ発表シタコトがアル。ソレハ抽象的ニ考ヘラレタ集合 M ノ要素ニ関シテ同値概念ヲ規定シマウトスルノデアツタト思フが、ソノ場合反射律ヨリモ M ノ凡テノ要素 a ニ對シテ、同値關係ニ規定シヨウトシテキルニ満足スル a' が少クトモ一ツアル。トイフ公理ノ方が、ヨリ合理的デアアルト主張シテキル様デアツタ、此公理ハ一体何ヲ規定シヨウトスルモノデアラウカ?

之ハ寧ロ同値關係ヲ規定スルヨリモ却ツテ領域 M ヲ制約スル
モノデアアル、實際ソコヲ考ヘテレテキル同値關係ハ唯對稱律、
移動律ニヨツテノミ規定サレル、準同値概念ニ違ヒナシ。然レ
此ノ様ナ準同値關係ニ對シテ此ノ新ラシイ公理ヲ導ラレルノ
デアアル。ガ此關係マデモ導ルコトハ不可能デアアル。何故ナラ
ハ、規定シヨウトシテキル新ラシイ公理ニ既ニソレガ規定サ
レタモノトシテ含マレテキルカラデアアル。

デアアルカラ、同値概念ハ反射律、對稱律、移動律ニヨツテノ
ミ形式的ニ規定サレル概念デアツテ何等カノ領域ヲ前提シナ
ケレバ規定出來ヌモノデアハナイトシテモ論理的ニハ不思議
ナイ様ナ氣ガスル。

併シ、アル具體的ニ與ヘラレタ關係ガ同値關係デアアルオ否カ、
換言スレバ、コノ概念ノ外延ニ屬スルカドウカラ決定スル條
件ノ一ツトシテ新ラシイ公理ヲ採用スルノハ差支ヘナイガ、
ソレガヨリ合理的デアアルカ何ウカハ問題デアアル。

以上ガ反射律ト新ラシイ公理トハ別種ノモノデアアルラシイ。
尚蛇足デアアルガ、アル公理系ガ無矛盾デアアルコトハ特別ノ領
域ヲハ決定スルコトガ出來ナイ。換言スレバ、例ヘバ有限ノ
領域ガ無矛盾ナルコトガ証明出來テモ一般ノ領域ガハ云ヘナ
イカモ知レヌ。

思フコトハ中々書ケヌモノデアアル、イツノ間ニカ中心ヲ見失
ツテ了ツタノデア今回ハ此ヲ擱筆スル。 —(1月11日受取)—