80. Topologische Gruppe トシテノ Lie 氏変換群ニツイテ

三村征雄（阪大）

抽象的ニ連続群（廣イ意味ノ）ハ次ノ如ク定義スル、即チアル集合 G アリ、第一ニソレハ群ヲナシ、第二ニソレハ Topologischer Raum ヲナシ、第三ニ二ツノ要素ノ合成ノ結果ハソノ二ツノ要素ノ連続函数デアリ、第四ニアル要素ノ逆要素ハ、ソノ元ノ要素ノ連続函数デアル時、コレヲ（廣義ノ）連続群（Topologische Gruppe）トイフノデアル。

サテソノ具体的ノ例トシテ Lie ノ変換群ヲ考ヘル時、ソレナラバ之レヲ如何ニシテ Topologischer Raum ト考ヘルコトガ出来ルカ。Van der Waerden ノ講義ヲ開イテ見ルニ、何モ書イテナイ。ソコデハ直チニ一次変換ノ群ニツイテ、ソノ行列ヲ $A=(a_{ik})$ トスルトキソノ近傍トシテ $|a_{ik}-b_{ik}|<\varepsilon$ ナル如キ (b_{ik}) ノ集合ヲトツテヰル。然シ之レニ少シ不満ガアル、即チ Parameter ノ前ニ群ガ位相ヅケラレテヰナケレバナラナイト思フノデアル。トイフノハ通常一次変換トソノ行列ヲ同ジモノト見ナスノハ、ソノ合成規則ニツイテ同型（isomorph）デアルトイフ所カラデアラウ。連続群トシテモ全一ト見ナス為ニハ極限ニ関シテモ同型デアルコトガ判ツテ初メテ意味ガアルト思フ。即チ変換ヲ形式的ニデナク相朴的ニ函数ト考ヘ、ソノ位相ヅケガ Parameter

ト別ニ先ニ考ヘラレテ居ナクテハナラナイト思フ。一般ノ変換 $x'_i = f_i(x_1, x_2, \cdots\cdots x_m ; a_1, a_2, \cdots\cdots a_n)$ ニツイテ考ヘルナラバ更ニハツキリスル。ココデ変換即チ x_i ヲ変数トスル函数ガ a ニ連続的ニ depend スルトイフノハ $a^{(n)} \to a$ ナルトキ函数 $f_i^{(n)}$ モ亦 f_i ニ収斂スルコトデアラウ。a ノ空間ガ位相ヅケラレテ居ルカラソレデ宜シイデハ少シ不満足ノ様ニ思フ、ソレデ $a^{(n)} \to a$ ナル時、$f_i^{(n)} \to f_i$ ナル収斂ハ如何ナル種類ノ収斂デアルカヲ調べテ見ヤウ。

ソノ為メ先ヅ変換ノ定義サレテ居ル x ノ集合Mハ (I) 任意ノ開(カイ)集合 (II) 又ハ有界ナ閉(ヘイ)集合トシ、$\dfrac{\partial f_i}{\partial \alpha_j}$ ハ x, α ニツキ連続トスル。(一次変換ノ定義範囲ハ空間全体デアルカラ(I)ニ属スル) 然ルトキ $\alpha^{(n)} \to \alpha$ ナラ(II)ノ場合ハ $f_i^{(n)}$ ハ f_i ニ一様ニ収斂スル。故ニカヽル収斂ニ適合スル位相ヅケハ普通ノ様ニ二ツノ函数ノ"距離"トシテ其差ノMニ於ケル極大ヲトレバヨイ。コノトキ函数ノ空間ハ Topologischer Raum ノミナラズ Metrischer Raum トナル。

次ニ(I)ノ場合ヲ考ヘルニ $f_i^{(n)}$ ハMノ<u>内部</u>ノ任意ノ領域デ一様ニ収斂スル。之ハ複素数函数ノ所謂 Famille normale ニ於テ見ラレル収斂デアル。之ヲ<u>モンテル</u>氏ニ敬意ヲ表シテ、<u>モンテル</u>式収斂ト名付ケヤウ。ソコデ問題ヲ次ノ如ク呈出スル。

「アル開集合デ定義サレタ連続函数ヲ位相ヅケ（Topologisieren）シテ、ソレニヨリ定義サレル収斂ガモソテル式デアル様ニスルコト」

ソレハ次ノ様ニシテ可能デアル。　開集合Mニ對シ、

$N_1 \subset N_2 \subset \cdots\cdots \subset M$ ニシテ $\sum N_i = M$ ナルゴトキ開集合ヲ考ヘ、函数 f ノ近傍トシテ N_i ニ於テ $|f-g|<\varepsilon$ ナル如キ g ノ集合 $U_\varepsilon^i(f)$ ヲトレバ之ハ *Hausdorff* ノ公理ヲ満足スルコトガ判ルノデアル。更ニ之レガ *Separabel* 即チ第二種ノ（從ッテ第一種ノ）*Abzählbarkeits-axiom* ヲ満足スル近傍系デアルコト、又所謂 *Normality* ノ條件ヲ満足シテ居ルコトモ判ル。*Separabel* ナ *Topologischer Raum* ガ *Normal* デアレバ、ソレト距離ヲツケルコトガ出來ルトハ有名ナ *Urysohn* ノ定理デアルカラ、我々ハモソテル式収斂ヲ定義スル距離モ存在スルコトヲ知リ又同時ニ *Metrisierung* ヨリモ *Topologisierung* ノ方ガ容易ナ一ツノ例ヲ見ルコトガ出來ルノデアル。

× × × × × × × ×

附記1. 尚 *Normal* ナ *Topologischer Raum* トハ"PトQガ共通点ヲ持タヌ閉集合ナル時、夫々P, Qヲ含ミ互ニ共通点ヲ持タヌ二ツノ開集合ガ存在スル"トイフ命題ノ成立スル空間デアル。 *Separabel* + *Topol. Raum* ガ *Normal* デアルタメニハ次ノ所謂 *Regularity* ナル性質ヲ備ヘルコトガ必要且充分デアル(*Tychonoff. M.A.* 95). 即チ"点pガ開集合Uニ含マレルトキ、モ一ツ$V \subset U$ナルpヲ含ム開集合ガ存在シ、Vノ *abgeschlossene Hülle* $\overline{V}$モUニ含マレテ居ル"トイフ命題ノ成立スルコトデアル。

附記2. 私ハ *Metrisation* ガ容易デナカラウト云ッタ所、南雲氏ニハ容易デアッタラシク、早速距離ヲツケテ下サッタ。仝氏ガ別ニ書カレルデアラウト思フガ、コヽデ有難ク御礼申上ゲル次第デアル。 ——(1月14日)——