100. 多次元空間曲線ノ射影微分幾何ニ就テ

蟹谷乘養

紙上談話會ニヨツテ種々面白イ研究ノ話ヲ知ラシテ頂クコトハ特ニ吾々遠隔ノ地ニ居ル者ニ取ツテ大変有難イコトデアリマス。執筆シテ下サツタ諸賢並ニ編輯ノ労ヲ取ツテ下サル阪大ノ教室ノ各位ニ厚ク御礼申シ上ゲマス。

人ノ話バカリ聞イテ自分ガ黙ツテ居ルノモ義理ガ悪イ様ニ思ヒマスノデ此頃考ヘテ居ルコトヲ披露致シマス。

微分幾何ニ於ケル空間曲線ノ *tangent, principal normal, binomal* デ作ツタ動三角錐ニ相當スルモノヲ射影微分幾何デ作ルトイフ問題。是レハ例ヘバ Fubini Čech ノ G. P. D. ニ書イテアルモノハ可成複雑デレーナーロ

ニ言ヘナイ。

私ハ次ノ様ニ取リマシタ、空間曲線Γノ一点xニ於ケル tangent ヲt, Γノ tangent ノ画ク developable surface ヲD, 之レヲxニ於ケル osculating plane デ切ッタ切口ノ曲線ヲ$\mathcal{K}$(詳シク言ヘバ切口ハ$\mathcal{K}$トt), xニ於ケル$\mathcal{K}$ノ osculating conic ヲK_2トシ、先ヅt上ニ一点x_1ヲ取リ、x_1カラK_2ニヒイタ切線ノ切点ヲx_2トシ、此ノ切線ニ対シxニ於ケルΓノ osculating linear complex ニ関シテ共軛ナ直線l上ニ一点x_3ヲ取リ此等ノ四点x, x_1, x_2, x_3ヲ repère mobile ノ頂点ニ取リマシタ。

實際利用スル場合ニハ上ノヤウニ点x_1ヲt上ノ任意ノ点トシテオク方ガ便利デスガ、ハッキリ定メヤウト思ヘバ例ヘバ直線xx_2ガ$\mathcal{K}$ノ projective normal ニナル様ニスレバ宜シイ。次ニ点x_3デスガl上ニハ幾何学的ニ種々ナ点ヲ定メルコトガ出来ル。私ハ点x_3トシテ point de coinciclence ト名付ケタモノヲ取リマシタ。斯様ニ repère mobile ヲ取ッテ曲線ノ一般的性質ヲ論ジタモノヲ一昨年旅順工大紀要ニ発表シマシタ。其ノ後之レヲ多次元空間ノ曲線ニ拡張シヨウトシテ苦心シタケレドモ種々ナ困難ニ遭遇シテ一旦中止シタノデシタガ此ノ頃又取リ出シテヤッテ見マシタ。今度ハ少シ目鼻ガツキソウデス。先ヅ解析的ニ言フト上ノヤウニ repère mobile ヲ取ルコトハ空間曲線

ノ方程式ヲ

$$Z^2=\frac{1}{2}(Z')^2+a_5(Z')^5+\cdots\cdots,$$

$$Z^3=\frac{1}{6}(Z')^6+b_6(Z')^6+\cdots\cdots$$

トイフ形ニ導クコトデ（Z', Z^2, Z^3 ハ曲線ノ上ノ点ノ non homogeneous coordinates）x_3 ヲ point de coincicidence ニ取ルコトハ $a_5=b_6$ トナルヤウニスルコトデアリマスガ n 次元空間曲線（S_n 内ノ曲線 Γ）上ノ一点 x ニ於ケル tangent t 上ニ一点 x_1, x ニ於ケル Γ ノ osculating plane 上ニ一点 x_2（t 上ニナイ様ナ以下同様），一般ニ x ニ於テ Γ ニ接触スル S_i 上ニ一点 x_i，最後ニ接触 S_{n-1} 上ニナイ様ナ S_n ノ一点ヲ x_n ニ取レバ此レ等ノ $n+1$ 箇ノ点 $x, x_1, \cdots\cdots, x_n$ ヲ頂点ニ持ツ repère ニ依渇シタ Γ ノ方程式ハ

$$Z^i=\frac{1}{i!}\left[(Z')^i+b^i_{i+1}(Z')^{i+1}+\cdots\cdots\right]\quad(i=2,\cdots\cdots,n)$$

トイフ形ニ書ケル。

次ニ此ノ條件ヲ破ラヌヤウニ repère ノ transformation ヲ行ツテ

$$b^n_{n+1}=b^{n-1}_n=\cdots\cdots=b^2_3=0,$$

$$b^n_{n+2}=b^{n-1}_{n+1}=\cdots\cdots=b^2_4=0,$$

$$b^{n-3}_n=\cdots\cdots\cdots\cdots=b^2_5=0,$$

$$b^{n-4}_n=\cdots\cdots\cdots\cdots=b^2_6=0,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$b^2_n=0.$$

トナル様ニシ且ツ b^{n}_{n+3}, b^{n-1}_{n+2}, b^{n-2}_{n+1} ノ間ニ二ツノ関係; b^{n}_{n+4}, b^{n-1}_{n+3}, b^{n-2}_{n+2}, b^{n-3}_{n+1} ノ間ニ二ツノ関係乃至 b^{n}_{2n-1}, b^{n-1}_{2n-2}, ……, b^{2}_{n+1} ノ間ニ二ツノ関係, 最後ニ b^{n}_{2n}, b^{n-1}_{2n-1}, ……, b^{2}_{n+2} ノ間ニ唯一ツノ関係ガ満足サレルヤウニスルコトガ出來ル。此ノ関係ヲ b^{n}_{n+3}, b^{n-1}_{n+2}, b^{n-2}_{n+1} 間ノ二ツノ関係トシテハ $b^{n-1}_{n+2}=b^{n-2}_{n+2}=0$ ヲ, b^{n}_{n+4}, b^{n-1}_{n+3}, b^{n-2}_{n+2}, b^{n-3}_{n+1} ノ間ノ二ツノ関係トシテハ $b^{n-2}_{n+2}=b^{n-3}_{n+1}=0$ ヲ取ルトイフ風ニ最初ニハシマシタガ、コレデハ後デ都合ガ悪イヤウデス。三次元ノ場合ニ $a_5=b_6$ トナルヤウニシタ如ク b^{n}_{n+3}, b^{n-1}_{n+2}, b^{n-2}_{n+1} ノ間ニ実際ニ二ツノ関係ガ満足サレル様ニシタ方ガ都合ガヨイヤウデス。トコロガ初メニ b^{n}_{n+3}, b^{n-1}_{n+2}, b^{n-2}_{n+1} ノ間ニ任意ニ二ツノ関係ヲ與ヘルト、ソレガ次ニ b^{n}_{n+4}, b^{n-1}_{n+3}, b^{n-2}_{n+2}, b^{n-3}_{n+1} ノ間ニ二ツノ関係ヲ與フル場合ニ影響シテ來ルノデスガ最後マデ一貫シテ

$$\sum_{\sigma=0}^{l-1}\frac{(l-2)!\,(n+t+l-2-\sigma)!}{\sigma!\,(l-2-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma}b^{n-\sigma}_{n+l-\sigma}=0,$$

$$\sum_{\sigma=1}^{l-1}\frac{(l-2)!\,(n+t+l-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!\,(l-1-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma}b^{n-\sigma}_{n+l-\sigma}=0$$

$$(l=3,\cdots\cdots,n-1),$$

$$(n-1)\sum_{\sigma=0}^{n-2}\frac{(n-2)!\,(2n+t-2-\sigma)!}{\sigma!\,(n-2-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma}b^{n-\sigma}_{2n-\sigma}$$

$$+(n+t)\sum_{\sigma=1}^{\sigma=2}\frac{(n-2)!\,(2n+t-2-\sigma)!}{(\sigma-1)!\,(n-1-\sigma)!\,(n-\sigma)!}(-1)^{\sigma}b^{n-\sigma}_{2n-\sigma}=0$$

トナル様ニ定メ得ルコトヲ知リマシタ。茲ニ t ハ勿論ハ任意ノ正整数デアッテヨイノデスガ実際コノ repère ヲ使フ場合ニハ $t=2$ トスル方が都合が良イヤウデス。第二ニ此ノ定メ方ノ幾何學的解釈、第三ニ此ノ repère ヲ使ッテ曲線ヲ論ズルト言フコトニナルノデスガ此等ニツイテハ未ダ十分出來テ居リマセン。モウ少シ纒マッテカラ改メテ披露シマス。尚ホ上ニ述ベタ解析的ノ部分ノ詳シイ証明ハ近ク旅順工大紀要ニ発表シマス。

（3月1日受取）