110. 曲線ニツイテ

松村宗治 (台北大)

私ハコヽデ曲線ニツイテノスデニ發表セラレタ二ツノ定理ノ簡單ナ別証明ヲ試ミルコトニスル。

〔第一〕 Ganapathi ハ Math. Zeit. 38 第490頁ニテ卵形線ニ外接スル正方形ハ奇數個アルコトヲ証明シテヰルガソレハ

$$\phi(\theta)\equiv\mu\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\mu(\theta),\ \left[\text{但シ}\ \mu(\theta)\equiv p(\theta)+p(\theta+\pi)\right]$$

ノ $(0, \frac{\pi}{2})$ 内ニ於ケル Graph ヲ考ヘルトスグ分ル。$\phi(\theta)$ ハ $\theta=0$ ト $\theta=\frac{\pi}{2}$ トニテ反對符号ヲ有スルカラデアル。

〔第二〕 次ハ田島氏ガ東北數誌18巻百二十八頁ニ述ベテヰル Bioches Satz ヲ Darboux ノ考ヲ適用シテ次ノ様ニ別証明スル。

二ツノ空間曲線ヲ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ トシ平行切線ノ切点ガ互ニ對應セルモノトセバ Blaschke ノ微分幾何(I)ノ記号ヲ用ヰテ

$$\mathfrak{x}'=\lambda\mathfrak{y}',$$

$$\lambda=\frac{\rho(\mathfrak{x})}{\rho(\mathfrak{y})}=\frac{\tau(\mathfrak{x})}{\tau(\mathfrak{y})}$$

デアル。$\mathfrak{z}$ ハ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ヲ定比ニ分ツ点トセバ

$$\mathfrak{z} = (1-c)\mathfrak{y} + c\mathfrak{x}, \quad (c = const.)$$

$$\therefore \quad \mathfrak{z}' = (1-c+\lambda c)\mathfrak{y}' = \left(\frac{1-c}{\lambda} + c\right)\mathfrak{x}'$$

今 $\rho(\mathfrak{x}) = const.(=\alpha)$, $\tau(\mathfrak{y}) = const.(=\beta)$ トセバ

$$1 - c + \lambda c = \frac{\tau(\mathfrak{z})}{\beta}$$

$$\frac{1-c}{\lambda} + c = \frac{\rho(\mathfrak{z})}{\alpha}$$

故ニ

$$\frac{c\alpha}{\rho(\mathfrak{z})} + \frac{(1-c)\beta}{\tau(\mathfrak{z})} = 1$$

即チ証明完了.