

148. Wiener's Formula ニツイテ

泉 信 一

1. 本會第四十三号ニ於テ大阪帝大ノ若松大助氏が Wiener's Formula ニツイテ論ゼラレ、私ノ論文ニツイテ次ノ如ク云ハレテヲル。

「----- 泉信一氏ノ Wiener's Formula ニツイテノ論文モ Wiener's Fundamental Formula ノ Special case ニ過ギズ、而シテ両氏（高橋龍夫氏ト小生）ノ論文ハ Wiener ノ Fourier transform ノ理論ヲ使ハズニ出來ル特殊ナ場合ダト思ヒマス。」

私ハ若松氏ノ論法及ビ上ノ文章ノ内容ニ對シテ不當ナ点ヲ見出シマス、ツイデニココデ Wiener's Formula ニ関スル私ノ結果及ビ私ノ出來ナカッタ問題ヲ述ベタイト思ヒマス。

私ノ結果ハ、學士院記事、第十卷、第七号ト東北大學理科報告ニアリマス。後者ハ近日中ニ出マス、之ヲ I 及ビ II トシテ引用シマス。

2. コノニ考ヘル問題ハ

$$\mathcal{M}\{f\} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(\xi) d\xi \text{ ----- (1)}$$

が存在シテ、且ツ $f(x)$ 及ビ $K(x)$ がドンナ條件ヲ満足ス

ルトキ

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{\infty} f\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) K(x) dx = m\{f\} \int_0^{\infty} K(x) dx \dots\dots (2)$$

トナルカトイフ事デス。

コノ問題ヲトクノニ第一ニ氣ノツキコトハ之ヲ Wiener
ノ General Tauberian theorem ヲ用ヒルコトデス。
Wiener ノニハ二種ノ Tauberian theorem ガアリマシ
テ、第二ノハ Stieltjes integ. ノモノデ、第一ノハソ
ウデナイモノデス。

第一ノ Tauberian theorem ヲ用ヒマスト、 $f(\xi)$ ガ
bounded デ $K(\xi)$ ガ $(-\infty, +\infty)$ デ absolutely integ-
rable デアレバ (1) カラ (2) ガ得ラレマス。之ハ Wiener,
Acta Math., 55 (1930), pp. 148—149 = 述ベテアリマ
ス。

若松氏ハコノ事ヲ再ビ書イテ居ルニ過ギマセン。ソシテ同氏
ハ Wiener's Fundamental Formula ト名ツケル
ノガ妥當ダトイハレテアリマス。

第二ノ Tauberian theorem ヲ用ヒマスト

$$\frac{1}{x} \int_0^x |f(\xi)| d\xi = O(1) \dots\dots\dots (3)$$

及ビ $K(x)$ ガ連続デ且ツ $K(x) \in M'$ (M' ハ Wiener, M -
class トイフ class デ、 L -class, subclass) トイフ
條件ノ下ニ (1) カラ (2) ガ得ラレマス。之ガ II, 定理四デ、

コノ定理ヲ初等的=, Tauberian theorem ヲ用ヒズ= 証明シマシタ。Wiener ノ Tauberian theorem ハ非 常= ムツカシイカラ、之ヲ用ヒズ= 証明スルコトハ無意味デ ナイガロウト思ヒマス。ソコデ用ヒマシタノハ Wiener ノ モトノ方法 (Journ. London Math. Soc., 2(1927)) デス。コノ方法= ヲリマスト定理四ト同様= 第一ノ Tauberian theorem カラ出ル定理モ証明出來マス。

II, 定理四ヲ Tauberian theorem カラ出スコトハ Wiener, Fourier Integrals and Certain of its applications ノ中= アリマス。ソコデ証明ダケが新シイ ノデス。

定理四= 於テ $K(x)$ ノ連続ノ代リ= "absolutely continuous" トシマス、ソノトキ $K(x)$ ノ第二ノ條件ガユルノナリマス。ソレガ I, 定理ニデス。

3. ソコデ次ノ問題ガオコリマス。(1) カラ (2) ガ出ル タメ= ハ $f(\xi)$ 及ビ $K(\xi)$ = 條件ヲツケナケレバナラナイ。ソコデ $f(\xi)$ ノ條件ヲユルクスレバ, $K(\xi)$ ノ條件ハ強クテヨイシ, $f(\xi)$ ノ條件ヲ強クスレバ $K(\xi)$ ノ條件ハユルクテヨイ。又 $K(\xi)$ = ツイテダケ考ヘルト, $K(\xi)$ ノ連続性ヲ強クスレバ $K(\xi)$ ノ他ノ條件ガユルクテヨイ。

先ツ $f(\xi)$ ノ條件= ツイテハ $f(\xi) = O(1)$ ト (3) トノ外=

$$\int_x^{x+1} |f(\xi)| d\xi = O(1) \text{ ----- (4)}$$

が考へラレマス。(4) ト $K(\xi)$ ノ連続性トノ外ニドンナ條件
がアツタラ (1) カラ (2) が出ルカ、之ハ II, 定理三デアリマ
シタ。 $K(\xi)$ ノ連続性ヲ *absolute continuity* デオキ
カヘタ場合モ出来マス。

次ニ $f(\xi)$ ノ條件ヲエルクシテ (3) ヲトリ除キマス。ソ
ノトキ $K(\xi)$ ノ連続性ノ外ニ $K(\xi)$ がドンナ條件ヲ満足シタ
ラ、(1) カラ (2) が出ルカ、コレハ私ノ解決出来ナカッタ問
題デス。 $K(\xi)$ ノ連続性ヲ *absolute continuity* デオ
キカヘタ場合ガ I, 定理一デス。

4. 以上ノ結果ヲ今マデノ外ノ人ノ結果ト比ベマスト、
先ヅ I, 定理二ハ *Borhner* ノヲ少ク擴張シタモノデス。
II, 定理四ハ高橋氏ノヲ少シ一般ニシタモノデス。 *Wiener*
ノ *Jauberian theorem*: カラ直接出ルノハ II, 定理四
ダケデス。ソシテ私ノ以上ノ定理ハムヅカシイ *Jauberian*
theorem * *Fourier integral theorem* ヲ使
ハナイコトニアリマス。

5. 以上ノコトヲオ讀ミ下サツテ、ソシテ若松氏ノ上ニ
述ベタ文章ヲオヨミ下サレ御批判下サレンコトヲ讀者ニオ願
ヒシマス。