

149. Wiener Formula 二 関シテ

高橋龍夫

全国紙上数学談話會第43号 = 若松大助氏が述べラレタ
事 = 付テ、一言シタイト思ヒマス。問題ハ $f(x)$, $K(x)$ が如
何ナル條件ヲ満足スルトキ =

$$(1) \quad m(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx$$

ノ存在カラ

$$(2) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\infty f\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) K(x) dx = m(f) \int_0^\infty K(x) dx$$

ガ成立スルカトイフノデス。若松氏ハ之レヲ Wiener ノ
general Tauberian theorem (*Stieltjes type*
デナイ方ノ) ヨリ出テ從ツテ私ノ本年度年會 = 於ケル論文ハ
ソノ *special case* = 違ギナイト云ハレテオリマス。私
ノ年會ノ折ノ論文ハ (1) ノ代リ =

$$m_\alpha(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^{1-\alpha}} \int_0^T f(x) dx \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

ノ存在カラ

$$(3) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-\alpha} \int_0^\infty f\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) K(x) dx = m_\alpha(f) \cdot (1-\alpha) \int_0^\infty x^{-\alpha} K(x) dx$$

ヲ $K(x)$ ノ *continuity* トアル種ノ *boundedness*
及ビ $\frac{1}{T^{1-\alpha}} \int_0^T |f(x)| dx = O(1)$ ヨリ出シタモノデアリマス。

$\alpha=0$ のトキが私が数物記事 16 卷 12 号が発表シタモノデ
ソノ方法ヲ繰返シテ (3) ヲ証明シマシタ。

若松氏ハ Tauberian theorem (Stieltjes type デ
ナイ) ヨリ出レト云ハレテキマスが、以上私ノヤツタ定理ハ
ソレヨリハ出ナイノデアリマス。

ソシテ私ノ云フノハ、ソノ証明ノ直接的ナ所=アリマス。
從ツテ氏ノ special case デアルトイフコトハ不審ト思
ヒマス。

Wiener Formula (小庄ノ定理デ $K(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2}$
トシタ Jacobノ定理) ヲ Tauberian theorem
ヲ出サシトイフコトハ Littaner = ヨツアナサレテキマ
ス。ソノトキモ Wienerノ Tauberian theorem
ソノママ使ツタノデハ出ナイノデ、Wienerノ Tauberian
theoremノ証明=立戻ツテソレヲ modify シテヤツテ
オルノデアリマス。コノ様ヲ考ヘテヤルト、ヤハリ私ノ場合
モ出來ルトイフコトハ年會ノ折=述ベテ置イタノデアリマ
ス。

次= Stieltjes typeノ general Tauberian
theoremヲ用フト Wienerノ Fourier integral
ノ本=アルヤウ=出セマスが、ソノトキモソノママ條件ガア
テハマルトイフノデナク=寸シタ技巧ヲ要シマス。結局
general Tauberian theoremガ六ヶ敷イモノデ
アリ、ソノ上=アル種ノ技巧ヲ必要トスルタメ=私ハ直接的

ナ証明ヲマツタ次第デス。