151. 相對微分幾何學ニ就テ

平川 淳康（東北大）

n次元ノ space ニ於ケル space curve（one parameter）ヲ考ヘル．此ノ space ニ於テ $n-1$次元ノ closed convexed hyper-surface ヲ unit surface トシ，相對微分幾何學ヲ考ヘル。今曲線C上ノ点 $\mathfrak{y}$ ニ於ケル普通ノ principal normal トEニ於ケル surface normal トガ一致スル如キ点 x ヲE上デ對應セシメル。$d\mathfrak{y}$ ノ変化ニ對シテ dx ナル変化ヲナシ，コノ vector ノE上ニ於ケル $n-1$ 個ノ components ヲ考ヘル．之レ等ヲ $d_1x, d_2x, \cdots\cdots, d_{n-1}x$ デ表ハス。x点ニ於ケル function of supporting hyperplane ヲ q デ表ハストキ

$$dS = q\sqrt{(d\mathfrak{y})^2} = q\sqrt{(\mathfrak{y})^2}\,dt = ds$$

トオキ，此ノSヲ relative curve length トイフ。ds ハ普通ノ line element ヲ表ハス．parameter t ヲ S ニトルトキハ

$$\left(\frac{d\mathfrak{y}}{dS}\right)^2 = \frac{1}{q^2}$$

ガ成立スル．從ツテ吾々ノ幾何ニ於テハ $\mathfrak{y}$ 点ニ於テ $\frac{1}{q}$ ヲ unit length ト考ヘルコトニスル。

$d_ix\ (i=1, 2, \cdots\cdots, n-1)$ ノ方向ノE上デノ普通ノ

意味ノ Geodesic curves ヲ考ヘ、夫等ノ r-curve length ヲ $dS_1, dS_2, \cdots\cdots, dS_{n-1}$ デ表ハストキハ $dS_i = q\, ds_i$ ニシテ

$$\frac{1}{\rho_i}\frac{dS_i}{dS} = \frac{ds_i}{dS} \qquad (i=1,2,\cdots\cdots,n-1)$$

トオキ此ノ ρ_i ヲ curve C ノ q ニ於ケル i 番目ノ radius of relative curvature ト定義スル。

$\xi_2 = -x$ トオキ、此ノ ξ_2 ヲ relative principal normal ト呼ビ、n 個ノ fundamental vectors ノ中普通ノ principal normal ノ代リニ r-principal normal ヲトリ他ノ $n-1$ 個ノモノハソノママトスル。其ノ $n-1$ 個ハ orthogonal system ヲナシテキルモノヲトリ、之等ヲ $\xi_1, \xi_3, \cdots\cdots, \xi_n$ デ表ハス、ξ_1 ハ tangent ノ方向ヲ表ハス.

$$\xi_k = \frac{\bar{\xi}_k}{q}, \qquad \bar{\xi}_k^2 = 1, \quad (k=1,3,\cdots\cdots,n)$$

$$\frac{d\xi_2}{dS} = \xi_2' = -\left(\frac{\xi_1}{\rho_1} + \frac{\xi_3}{\rho_3} + \cdots\cdots + \frac{\xi_n}{\rho_n}\right)$$

之ハ普通ノ Frenet-Serret ノ公式ノ第2式ニ對應スルモノデアル。

以上ノコトヲ基礎ニシテ relative differential geometry ノ space curve ノ理論ヲ一般ニ論ズルコトガ出來ル、又之レニヨツテ曲面論モ次ノ如ク論ジラレル。

n次元ノ space ニ於ケル $n-1$次元ノ surface ト前ニ於ケルEノ surface normal ガ互ニ一致スル様ナ点ヲ對應セシメル。

$$(q\,d\mathfrak{x})^2 = g_{ik}\,du^i du^k, \quad (i, k = 1, 2, \cdots\cdots, n-1)$$

$$g_{ik} = q^2(\mathfrak{x}_{u^i}\,\mathfrak{x}_{u^k}).$$

ヲ第一ノ fundamental form ニトル、之ハ $d\mathfrak{x}$ ナル方向ニ於ケル普通ノ geodesic ノ r-curve length ヲ與ヘルモノデアル. relative minimum curves ハ普通ノモノト一致スルコトガワカル。

$$\mathfrak{X} = -\mathfrak{x}$$

トオイテ $\mathfrak{X}$ ヲ relative surface normal ト呼ブ。

$$-q^2(d\mathfrak{X}\,d\mathfrak{x}) = \vartheta_{ik}\,du^i du^k,$$

$$\vartheta_{ik} = q^2(\mathfrak{x}_{u^i}\,\mathfrak{X}_{u^k})$$

ヲ第二ノ fundamental form ニトル。

尚第三ノ form トシテ

$$q^2(d\mathfrak{X})^2 = G_{ik}\,du^i du^k$$

ヲトリ以下普通ノ幾何ノ如ク論ゼラレル。

詳細ハ近ク発表スル答デアル。

——（終）——