167. 相對的幅ニ関スル注意

平川淳康(東北大)

相對的幅ニ就テ私ハ *Proceed. of the Physico-Math. Soc. of Japan*, Vol 17, 1935 ニ於テ發表シタ。ソノ中ニ述ベタヤウニ相對的幅ニ就テノ定義トシテ次ノ如キモノガアル。

(1) $$\frac{p(\varphi)+p(\varphi+\pi)}{q(\varphi)}$$ (W. Süss)

(2) $$\frac{p(\varphi)\bar{\rho}(\kappa(\varphi))+p(\varphi+\pi)\bar{\rho}\big(\kappa(\varphi+\pi)\big)}{q(\varphi)\,\bar{\rho}(\kappa(\varphi))}$$ (S. Matsumura)

(3) $$\frac{p(\varphi)+p(\varphi+\pi)}{q(\varphi)+q(\varphi+\pi)}$$ (T. Kubota)

上記論文ニ於テハ次ノ定義ニヨツテ研究シタノデアル。

(4) $$2\,\frac{p(\varphi)+p(\varphi+\pi)}{q(\varphi)+q(\varphi+\pi)}$$ (J. Hirakawa)

之ヨリ分ルヤウニ (3) ト (4) トハ本質的ニハ同一デアル。

2ヲ附加シタ所以ハ相對的幅ニ關スル諸量ガ普通ノ幅ト同ジ形トナル様ニシタノデアル。又 *Unit oval* (*or ovaloid*) ガ *Unit circle* (*or sphere*) トナッタトキ之ガ普通ノ幅トナルコトガ必要デアル。

松村氏ハ本紙「145. 數學雜話」ニ於テ (3), (1), (4) ノ順序ニ (A), (B), (C) ト番号ヲ附シテ並べ、次ニ『ソノ他ニ

$$\text{(D)} \quad \frac{(\gamma_1-\gamma_2)\xi_1}{\kappa_1\xi_1}$$

ヲ以テ新ニ R-*Breadth* ト定義スレバ』トシテ以下述べテアルケレ共之レハ (B) 即チ前述ノ (1) ト同一ノモノデアッテ何故ニ之ヲ「新ニ」トシテ區別シタカ私ニハ不可解デアル。松村氏ニ葉書ヲ以テ問合ハセタルニ満足スベキ御返事ノ頂ケナカッタコトハ誠ニ遺憾デアル。*Süss* 博士ノ論文（日本數學輯報第四巻，*Zur relativen Differentialgeometrie I*）中ニ (D) ナル形デ定義シテアル。併シ別ニ興味アル結果ハ出テ井ナイ。

更ニ松村氏ハ本紙「156. 數學雜話」ニ於テ前記 (1), (2), (3), (4) ノ順序ニ (A), (B), (C), (D) トシテ再ビ之ニ關シテ次ノ如キコトヲ書カレテ井ル。即チ『$q(\varphi)$ ノ代リニ $p(\varphi+\pi)$ ヲトルトキハ (3), (4) ハ夫々 1 及ビ2トナリ、常數ニナルガ (1), (2) ハ夫々

$$\frac{p(\varphi)}{p(\varphi+\pi)}+1, \quad \frac{p(\varphi)}{p(\varphi+\pi)}+\frac{\bar{p}(\varphi)}{\bar{p}(\varphi+\pi)}$$

トナリ更ニ考フル卵形線ガ有中心ナルコトノ條件ヲ入レナケレバ常數ニナラナイ、斯ノ如クシテ考ヘルト (1), (2) ハ (3), (4) ヨリモ意味ガ廣イ様ニ考ヘラレル』

二ツノ定義或ハ定理等ヲ比較スルトキソノ廣狭ヲ斯クノ如キ意味デ論ズルモノデアラウカ？　両者ヲ同時ニアル特別ナ場合ニモツテ行ッテ廣狭ガ論ゼラレルノデアラウカ？ $g(\varphi)$ ハ任意ノ與ヘラレタ oval (or ovaloid) デアッテ之ヲ特殊ニトルコトハ相對微分幾何ヲ special ナモノニスルコトニナルノデアッテ、$g(\varphi)$ ヲ一般ニトッテハ両者ノ定義即チ (1), (2) 及ビ (3), (4) トハ互ニ關係ヅケルコトハ出來ナイ様デアル。從ッテソノ間ニ廣狭ノ論ハ出來ナイト思ハレル。

今假リニ松村氏ノ論理ヲ許ストスルナラバ次ノコトガ言ヘル。即チ相對的定幅曲線（明ニ特別ナモノ）ヲ考ヘルト，(1) カラハ $g(\varphi)=g(\varphi+\pi)$ 即チ Unit oval ハ有中心デナケレバナラヌ、從ッテ (1) ノ意味ニ於テハ unit oval ガ有中心デナケレバ相對的定幅曲線ハ存在シ得ナイ、又 (2) カラハ

$$\text{(i)}\quad g(\varphi)\,\overline{p}(n(\varphi))=g(\varphi+\pi)\,\overline{p}(n(\varphi+\pi))$$

ナル條件ヲモツ unit oval ノトキニ限ッテ相對的定幅曲線ハ存在シソノ他ノ一般ノ unit oval ニ於テハ存在シナイ。然ルニ (3), (4) ニ於テハ拙著論文ニモ述ベタヤウニ一般ニ無限ニ存在スルノデアッテ普通ノ定幅曲線ガ無限ニ存在スルノニ對應スルノデアル。而モコノ定幅曲線ノ理論ヲ論ズル

ノコソ重要ナ部分デアルト思ハレル。勿論 (3), (4) ハ有中心ノ unit oval 又ハ (i) ノ如キ條件ヲモツ unit oval (之ハ有中心ノ oval ナルコトが證明出來ル樣デアル) トシテモ相對的定幅曲線ハ存在スル。故ニ松村氏ノ理論ヲ以テスレバ (1), (2) ハ吾々ノ定義ノ特別ナ場合ニ過ギナイノデ吾々ノモノ即チ (3), (4) ノ方が意味が遙ニ廣イ樣ニ思ハレル、ト結論出來ルコトニナル。

更ニ再ビ前ニモドッテ松村氏ノ所論ヲ檢討シヨウ。$g(\varphi)$ ヲ $p(\varphi+\pi)$ トシメトキ (3), (4) デハ 1 又ハ 2 トナリ constant トナルが之ハ吾々ノ定義デハ π ナル period ヲモツコトニソノ一因がアル、普通ノ幅ハ π ナル period ヲモットイフコトが重要ナル意義ヲ有スルヤウニ考ヘラルルヲ以テ R-Breadth モ亦 π ナル period ヲ有セシメルコトハ必要ノコトデアル。

然ルニ (1), (2) ニ於テハ π ナル period ヲ一般ニ有シナイ。ソレが自然性ニ關シテハ論外デアル。單ニ π ナル period ヲモタセルコトノミナラバ他ニモ定義ノ仕方ハ色々アルデアラウ、例ヘバ Proceedings of the Physico-Math. Soc. of Japan, Vol. 16, 1934 ニ於ケル拙著論文ニ於ケル如ク

$$\frac{p(\varphi)}{g(\varphi)}+\frac{p(\varphi+\pi)}{g(\varphi+\pi)}=r(\varphi)+r(\varphi+\pi)$$

ヲ相對的幅トシテモトラレル、之ハ明ニ π ナル period ヲ

モチ原点カラノ相對的距離ノ和トナリ普通ノモノト analogous ナ一性質ヲ有スルノデアルガ、ソノ他ノ analogous ナ性質ガ容易ニ得ラレナイ（私ニハ）ノデ (4) ノ形デ論ジタノデアル。Breadth ナル名ヲ附スル限リハ出來ルダケ普通ノモノニ對應スル多クノ定理ノ得ラレルモノヲトリタイカラデアル。　（以上）

---

151. ニ於ケル正誤：　全文中 x ハ $\mathcal{X}$ ニ，同文最後ノ頁ノ中頃ニ minimum curves ハ minimal curves ト何レモ御訂正下サイ。