183. Picard-Vessiot ノ理論ニ就テ. II

吉田耕作(阪大)

先ヅ前論180ノ正誤ヲシマス。

p. 9, 18行 — 及ビ其全テノ微係数。ヲトル。

p. 11, 19行 — α' ...... α'', α''' ニツイテモ同様。ヲトル。

p. 12, 12行ヨリ p. 13, 7行迄ニ於テ

G_α, G_β, $G_{\alpha-\gamma\beta}$ 等トアルノハ $\overline{G}_\alpha$, $\overline{G}_\beta$, $\overline{G}_{\alpha-\gamma\beta}$ ノ誤リ。

此ノ度ハ前論ニ定義シタ $R(y)$ ノ Galois 群 $G(R(y))$ ノ reduction ニ就イテ述ベテミマス。Picard ガ resolvent ヲ用ヒテ得タ結果ガ直ニ得ラレルヤウニ思ヒマス。

Satz 6. R ノ element ヲ係数トスルλ階代数的微分方程式

(2) $$f\left(\frac{d^\lambda \gamma}{dx^\lambda}, \frac{d^{\lambda-1}\gamma}{dx^{\lambda-1}}, \cdots\cdots, \gamma, x\right)=0$$

ノ一ツノ particular solution (non singular solution) γ ヲ R ニ adjoin シテ得ラレル $R(y)$ ノ Unterkörper ヲ $\overline{R}$ トスル。又他ノ particular solution γ_1 ヲ adjoin シテ得ラレル $R(y)$ ノ Unterkörper ヲ $\overline{\overline{R}}$ トスレバ $\overline{G}(\overline{R})$ ト $\overline{\overline{G}}(\overline{\overline{R}})$ トハ

$\mathfrak{G}(R(y))$ ニ於テ互ニ共軛デアル。

証。Satz 5 ニヨリ $\overline{\mathfrak{G}}(\overline{R})=\mathfrak{G}_\alpha,\ \alpha\in\overline{R}$。ヨッテ α ハ γ 及ビ其ノ幾ツカノ derivative 並ビニ R ノ element ヲモッテ rational ニ表ハサレル。コノ α ニ於ケル γ ヲ (2) ノ general solution ト考ヘ. $\alpha, \alpha', \text{-------}$ 及ビ $f=0$ ヨリ $\gamma, \gamma', \text{-------}$ ヲ消去スレバ α ハ高々 λ 階, R ノ element ヲ係数トスル irreducible ナ代数的微分方程式

(3)　$F(\alpha, \alpha', \text{------}, \alpha^{(k)}, x)=0, \quad k\leqq\lambda$

ヲ満足スルコトガワカル。

一方 α ハ $R(y)$ ノ element ダカラ之ヲ其ノ一ツノ expression ニ於テトリ、其ノ y, y' 等ニ $\mathfrak{G}$ ノ一般ノ変換ヲ施シタモノカラコノ変換ノ non singular l. s. ノ係数ヲ消去スルコトニヨリ α ノ満足スル R ノ element ヲ係数トスル irreducuable ナ代数的微分方程式

(4)　$G(\alpha, \alpha', \text{------}, \alpha^{(k')}, x)=0$

ガ作レル。L. Königsberger ノ定理 (Picard 557) ニヨレバ (2) ト (3) トハ其 General solution ヲ同ジクスル。ヨッテ特ニ $k'=k$。及ビ又

α ヲ $R(y)$ ノ element ト考ヘテ之レニ $\mathfrak{G}$ ノ或変換 A ヲ apply シタモノハ (3) ノ一ツノ particular solution デアル。

逆ニ α ヲ $\overline{R}$ ノ element ト考ヘ α ニ於ケル γ,

γ', ------- ヲ (2) ノ他ノ particular solution デ置キカヘテ得ラレルモノハ α ニ G ノ或変換 A ヲ apply シタモノデアル。

コノコトカラワカル。

何者，α ニ於ケル γ ヲ γ_1 デ置キカヘタモノヲ α_1 トシ $A\alpha=\alpha_1$ トスル。$\bar{G}_{\alpha_1}=A\bar{G}_{\alpha}A^{-1}$ 及ビ $\bar{\bar{G}}(\bar{\bar{R}})\subseteqq\bar{G}_{\alpha_1}$ ハ明カデアル（Satz 5 ノ証明参照）。ヨッテ $\bar{\bar{G}}(\bar{\bar{R}})=\bar{G}_{\alpha_1}$ ヲ証明スレバヨイ。若シ $\bar{\bar{G}}(\bar{\bar{R}})\neq\bar{G}_{\alpha_1}$ トスレバ Satz 5 ノ証明ニ於ケルガ如ク Schreier ノ基本定理Ⅰニヨリ

$$\dim.\,\bar{\bar{G}}(\bar{\bar{R}})<\dim.\,\bar{G}_{\alpha_1}。$$

然シテ上ト同様ノ議論ニヨリ $\bar{\bar{G}}(\bar{\bar{R}})=\bar{G}_{\beta}$ トスルトキ $\bar{G}_{\beta_1}\geqq\bar{G}(\bar{R})=\bar{G}_{\alpha}$ ヲ得ルカラ $\dim.\,\bar{\bar{G}}\geqq\dim\bar{G}_{\alpha}$。即チ $\dim.\,\bar{G}_{\alpha_1}>\dim.\,\bar{G}_{\alpha}$。之ハ $\bar{G}_{\alpha_1}=A\bar{G}_{\alpha}A^{-1}$ ニ矛盾スル。

系. (2) ノ general solution ヲ R ニ adjoin シタモノヲ $\bar{R}$ トスレバ $\bar{G}(\bar{R})$ ハ G ノ Normalteiler。然モ $\dim.\,G-\dim.\,\bar{G}\leqq\lambda$。

証. $\bar{G}_{\alpha}=\bar{G}$ トシ α ヲ一ツノ expression ニ於テトリ之レニ G ノ一般ノ変換ヲ施シタモノハ (3) ニヨリ高々 $k(\leqq\lambda)$ コノ parameter ヲ含ム。ヨッテ之ガ α ニ等シイタメニハ G ニ相当スル non singular l. s. ノ係数ノ間ニ新ニ高々 k コノ relation ヲ附加スレバヨイコトカラワカル。