

257. Brunノ定理ノ逆ニツイテノ注意

松村宗治 (台北大)

[定理] 各々ノ Fibernereich = 對シテ, ツネニ一ノ点ガ

得ラレ、ソレハ少クトモニツノ弦ヲ二等分ス。

[証明] *Eibereich* ノ各点 $P =$ 對シテソレヲ極トシテ *Randkurve* ヲ極座標 ρ, φ デ表ハス。

$\varphi =$ 對スル O — 方向ハスベテノ $P =$ 對シテ同一デアルトスル、而シテ積分

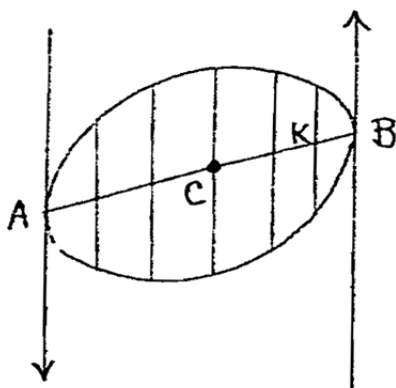
$$I(P) = \int_0^{\pi} [\rho(\varphi) - \rho(\pi + \varphi)] d\varphi$$

ヲ考ヘルトキハ之レハ P ノ函数デアル。

今 A, B ヲ *Randkurve* ノニツノ *Gegenpunkte* トシ、ソレ等ノ点ニ於ケル *Stützgeraden* が φ ノ O — 方向ニ對シテ平行デアルトスル。然ルトキハ

$$\text{sign } I(A) = -\text{sign } I(B)$$

デアル。 $I(P)$ ハ *stetige Funktion* デアルカラ、 A 及ビ B ヨリ少シツツ変化サセテ $I(C) = 0$ ナル如キ点 C が得ラル。



斯クシテ得タル *Verbindungskurve* K ハ A 及ビ $B =$ 於ケル *Stützgeraden* = 平行ナル弦ノ中点ノ軌跡デアル。而シテ $C =$ テハ

$$\rho(0) = \rho(\pi)$$

デアリ $I(C) = 0$ ナル故、 0 ト π トノ間ニテ少クトモニツノ値 φ ヲ得テソレニ向ツテ

$$\rho(\varphi) = \rho(\varphi + \pi)$$

トナルカラ証明完了ス。

尚次ノ定理アリ。

レーツノ Eibereich = テ高々レーツノトリノケノ点 Cヲ
得テ, ソレ=テレーツヨリ多クノソレノ弦が二等分サルルナラ
バ, ソレハ此ノ中点ナラネバナラヌ。

(証明) 上ノ証明=テ φ ノ 0 — 方向ヲ任意=シタ,
 而シテソレ=向テ C = テハ常=

$$\rho(0) = \rho(\pi)$$

デアルコトヲ証明セリ。此ノコトヨリ上ノ定理ハイヘル。