

## 264. 函数ノ單葉性, IV.

佐藤 徳意 (北大)

定理  $\gamma$  A, B, C, D ト並ベテミルト B = 對シテ Dヲ得タノ  
 デアルカラ C = 對シテ E = 相増スル

定理  $\alpha$

“  $|z| < 1$  デ

$$f(z) = z + \dots$$

が正則デ

$$R\left\{e^{i\alpha}\left(1+z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)\right\} > 0 \quad |z| < 1$$

( $\alpha$  ハ  $\cos\alpha > 0$  ナル實數)

デアルトキ  $|z| < 1$  デ  $f(z)$  ハ單葉デアル。”

ヲ欲シイ。ソレニハ次ノ

定理  $\beta$

“  $|z| < 1$  デ

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots + a_n z^n + \dots$$

が正則デ,  $z f'(z)$  が  $|z| < 1$  デ單葉ナラバ  $f(z)$  モ單葉  
 デアル。”

が得ラレルト充分デアル。併シ今ノトコロ定理  $\alpha, \beta$  共ニ想  
 像ヲ成立サセタモノデ眞偽何レトモ決定スルモノヲ得テ居ナ  
 イ。  $\beta$ ヲ成立スルモノト假定シテ今迄ニ知ラレテ居ル結果カ  
 ラ直ガニ得ラレル性質ニハドンナモノガアルカラウカ, シシ

ヲ調べヤウ。先ヅカヨル函数ノ係数ハ

$$|a_2| \leq 1, \quad |a_3| \leq 1,$$

$$|a_4| \leq 1.14 \dots\dots, \quad |a_n| \leq e$$

デナケレバナラナイ。又 B ト C トカラ  $zf'(z)$  が  $|z| < 1$  ヲ  
星ニ寫スト  $f(z)$  ハ凸形ニ寫スコトヲ知ル。此等カラ通俗的  
ニ言ヘバ  $f(z)$  ハ  $zf'(z)$  ヨリモ  $|z| < 1$  ヲヨリ得ニ近イ形  
ニ寫像スルノデハナカラウカ。ソノーツノ現ハレトシテ次ノ  
事柄モ數ヘラレルダラウ。即チ逆ハ確カニ成立シナイ。ソレ  
ハ

$$f(z) = \frac{z}{(1-z)^2} = z + 2z^2 + 3z^3 + \dots\dots$$

ヲトルコトニヨツテ直チニ明カニナル。

ソコデ不自然ニ見エルガーツノ條件ヲ入レルト定理 3

カラ

#### 定理 4.

“  $|z| < 1$  デ

$$f(z) = z + \dots\dots$$

ハ正則デ得  $|z| = \rho$  ( $0 < \rho < 1$  ナルスベテノ  $\rho$ ) ヲ單一閉  
曲線ニ寫シ、 $zf'(z)$  が單葉ナラバ  $f(z)$  も單葉ナリ。”

ヲ得ル。(コトニ單一閉曲線云々ハ曲線論上ノモノ。尚コノ  
定理 4 ハ定理 3 が用ヒラレルモット違フ一般ノ形ニ直セル)  
コレカラ定理 D ヲ用ヒテ次ノ定理が述べラレル。

#### 定理 5.

“  $|z| < 1$  デ

$$f(z) = z + \dots$$

が正則で  $|z| = \rho$  ( $0 < \rho < 1$  とスベテ)  $\rho$  を単一閉  
曲線 = 寢シ

$$\operatorname{Re} \left\{ e^{i\alpha} \left( 1 + z \frac{f''(z)}{f'(z)} \right) \right\} > 0 \quad |z| < 1$$

( $\alpha$  は  $\cos \alpha > 0$  とル實数)

デアルトキハ  $|z| < 1$  デ  $f(z)$  ハ單葉ナリ。”

全國紙上數學談話會の昭和十年一月—六月の會計概算を御報らせします。約百円剰余を生じてをりますが最近頁數が非常に多くなつて居りますから七月—十二月分は矢張り會費金貳円同封の振替にて御拂込み下さい。何れ明年二月頃に本年度の決算を御通知致します。

## 會計概算

収 入	支 出
20.23 (前年度ヨリ繰越)	161.60 (皇一會分プリント社へ拂ヒ)
328.50 (皇一會分會費收入)	49.47 (郵便代)
<u>348.73</u>	<u>29.50 (封筒等雜費)</u>
	240.57
差引剰餘 24108.16 (次期へ繰越)	

尚途中入會の方は振替用紙に記入してある金額を御拂込み下さい。