283. 多項式ノ既約性ニ就テ

龍 澤 周 雄（東大學生）

定理． 整係數多項式

$$x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots\cdots + a_n \quad \cdots\cdots(1)$$

ニ於テ

$$\frac{na_n}{2} > a_1 > a_2 > \cdots\cdots > a_n > 0 \quad \cdots\cdots(2)$$

ナラバ (1) ハ有理数体ニ於テ既約デアル。

証明． $\varphi(x) = a_1 x^{n-1} + \cdots\cdots + a_n$

$$k = Min\left(\frac{a_1}{a_2}, \cdots\cdots \frac{a_{n-1}}{a_n}\right)$$

トオクト前回同様 $|x| = 1$ 上ニテ

$$|\varphi(x)| \geqq \frac{a_n(k^n - 1)}{k+1}$$

トナリマス. (2) ノ條件ノ下ニハ

$$k > \frac{\frac{na_n}{2}}{\frac{na_n}{2} - 1} = 1 + \frac{2}{na_n - 2}$$

從ッテ

$$|\varphi(x)| > a_n \frac{\left(1 + \frac{2}{na_n - 2}\right)^n - 1}{2 + \frac{2}{na_n - 2}}$$

$$> a_n \frac{e^{n\left(\frac{2}{na_n - 2} - \frac{2}{(na_n - 2)^2}\right)} - 1}{2 + \frac{2}{na_n - 2}}$$

$$> a_n \frac{n\left(\frac{2}{na_n - 2} - \frac{2}{(na_n - 2)^2}\right) + \frac{n^2}{2}\left(\frac{2}{na_n - 2} - \frac{2}{(na_n - 2)^2}\right)^2}{2 + \frac{2}{na_n - 2}}$$

$$> \frac{\frac{na_n}{na_n - 2} - \frac{na_n}{(na_n - 2)^2} + n^2 a_n \frac{(na_n - 3)^2}{(na_n - 2)^4}}{\frac{na_n - 1}{na_n - 2}}$$

$$= \frac{na_n - 1 + \frac{n^2 a_n (na_n - 3)^2 - 2(na_n - 2)^2}{(na_n - 2)^3}}{na_n - 1}$$

(2) ノ條件ノ下ニハ $n>2,\ a_n>2.$

從ッテ　$na_n>2(n+2)\geqq 10$

故ニ

$$\frac{n^2a_n(na_n-3)^2}{2(na_n-2)^2}>15\left(1-\frac{1}{na_n-2}\right)^2>15\left(\frac{7}{8}\right)^2>1$$

故ニ　$|x|=1$ 上ニテ

$|\varphi(x)|>1$

以下前回同様ノ *principle* デ證明出來ル。

先日ノ拙論大変複雑ナ計算バカリデ大シタ結果モナク申譯アリマセン、アレダケノ結果ナラ簡單ニモ出セマシタ。ドウゾオ取消願ヒマス。

毎度御手数カケテ申譯アリマセン、今度ハドウニカ決定的ノ結果ヲ得タヨウデス。