350. 書信　福原満洲雄氏ヨリ
南雲道夫氏ヘ

南雲兄

其ノ後 Riesz ノ論文モ大体讀ンデ見マシタ、ソレト比較シナガラ今迄ノ結果ヲ整理シテ談話会ノ方ヘ報告スル予定デスガ、ココデハ私ガ定理12(IV)ニ達シタ経路ヲ報告致シマセウ。

私ガ定義シタ A^{α} ハ Riesz ノ L_{α} ト同ジモノニナリマスカラ Riesz ノ定理6ニ依ッテ $\gamma<\omega$ トナリ，従ッテ定理12ノ証明ガ生キテ来ルカラデス、記号ハ私ノモノヲ使ヒマス。

$F(X)$ ニ関スル假定ハ例ノ通リトシ

$$\Phi(X)\equiv X-kF(X)=x$$

ノ解ヲ

$$x-kG_k(x)=X$$

デ表ハシマス、簡単ノタメ $k=1$ ガ固有値デアルトシ，ソレガ G_k ノ極ニナルコトヲ証明シマス。

先ヅ最初ニ A^{γ} (Riesz ノ L_{ν}) ガ0ダケヲ含ム場合ヲ考ヘマス、Riesz ノ定理1, 2, 8カラ空間Eガ有限次元

トナリマスカラ証明スル迄モナイノデスガ私ハ次ノ方法ヲ取ツタノデス。

$$\mathrm{F} + G_k = k\mathrm{F}G_k = kG_k\mathrm{F}$$

ニ

$$G_k = \sum_{r=0}^{\infty} A_r (k-1)^r + \sum_{r=1}^{\infty} B_r (k-1)^{-r}$$

ヲ入レテ形式的計算デ

$$\Phi B_r \equiv B_r - \mathrm{F}B_r = \mathrm{F}B_{r+1} \qquad (r = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ヲ得マス、コレカラ一般ニ

$$\Phi^r B_1 = \mathrm{F}^r B_{r+1} \qquad (r = 1, 2, \cdots\cdots)$$

ガ出マス。故ニ $\mathrm{F}^r(B_{r+1}(X)) \in A^r$ トナリマス。A^r ガ 0 ダケヲ含ムトイフ假定カラ

$$\mathrm{F}^\gamma(B_{\gamma+1}(X)) = 0$$

ヲ得，続イテ $B_{\gamma+1}(X) = 0$（コノ点多少証明ヲ要シマスガ省略シマス）

従ツテ

$$B_r = 0 \qquad (r = \gamma+1, \gamma+2, \cdots\cdots)$$

ヲ得マス．コレデ極ノ位数ト γ（*Riesz* ノ ν）トノ関係ガ分リマス、一般ノ場合ハ次ノヤウニ考ヘマス、$\mathrm{F}(A^\gamma) \subseteq A^\gamma$ デスカラ定点 X ニ對シテ $Y \equiv X \pmod{A^\gamma}$ デアルヤウナ点 Y ノ集合ヲ X^* デ，$\mathrm{F}^*(X^*)$ デ $\mathrm{F}(X)^*$ ヲ表ハシ，

$$X^* - k\mathrm{F}^*(X^*) = x^*$$

ノ解ヲ

$$x^{*}-k G_{k}^{*}(x^{*})=X^{*}$$

ト書クコトニシマス。

$$G_{k}^{*}(x^{*})=G_{k}(x)^{*}$$

從ツテ

$$G_{k}^{*}=\sum_{r=0}^{\infty}A_{r}^{*}(k-1)^{r}+\sum_{r=1}^{\infty}B_{r}^{*}(k-1)^{-r}$$

トスレバ

$$A_{r}^{*}(x^{*})=A_{r}(x)^{*},\quad B_{r}^{*}(x^{*})=B_{r}(x)^{*}$$

トナリマス。 商空間 E/A^{γ} ニ於ケル方程式 $X^{*}-kF^{*}(X^{*})=x^{*}$ ニ對シテ A^{α} ニ相當スル $A^{*\alpha}$ ヲ作レバ

$$A^{*\alpha}=A^{\alpha\prime}_{1}/A^{\gamma}$$

トナリマス、從ツテ $A^{*\gamma}$ ハ 0^{*} ダケカラ成リ已ニ證明シタ所ニヨリ

$$B^{*r}=0^{*}\qquad(r=\gamma+1,\gamma+2,\text{------})$$

ヲ得マス、ソコデ

$$H_{k}=\sum A_{r}(k-k_{0})^{r}+\sum_{r=1}^{\gamma}B_{r}(k-k_{0})^{-r}$$

ト置ケバ $H_{k}^{*}=G_{k}^{*}$ トナリマスカラ $X^{*}-kF^{*}(X^{*})=x^{*}$ ノ解ハ

$$x^{*}-kH_{k}^{*}(x^{*})=X^{*}$$

ト書クコトモ出來マス。コレカラ

$$H_{k}^{*}+F^{*}-kF^{*}H_{k}^{*}=0^{*}$$

ヲ得マス。

$$X = Y + x - k H_k(x)$$

ト置ケバYノ方程式ハ

$$Y - kF(Y) = kH_k(x) + kF(x) - k^2 FH_k(x)$$

トナリマスカラ上ニ得タ関係式ニヨリ此ノ右辺ハ A^γ ノ点トナリマス。

$$Y - kF(Y) = y$$

ヲ A^γ ニ於ケル方程式ト考ヘレバ $k=1$ ハ固有値デナイカラ之ヲ解イテ

$$Y = y - kL_k(y)$$

ヲ得タトスレバ L_k ハ $k=1$ デ正則トナリマス、y ノ所ヘ

$$kH_k(x) + kF(x) - k^2 FH_k(x)$$

ヲ入レルコトニヨリYガ求マリマスカラXガ求マリマス、ソレカラ G_k ニ對シテ $k=1$ ガ極デアルコトガ分リ，更ニ極ノ位数トγ（Riesz ノ ν）トノ関係モ分リマス。

之レカラ先ノコトハ順序ヲ追ッテ談話會ノ方ヘ報告致シマス。

1月22日

福原満洲雄