355. 多元環ノIdealノ最小公倍數，最大公約數，V

中山　正（阪大）

前稿IVノ最後ニ二ツノMaximalordnung $\mathfrak{o}_0$, $\mathfrak{o}_1$ ノ互ニzusammengehörigナ両側Ideal $\mathfrak{a}_0$, $\mathfrak{a}_1$ ノDurchschnitt $\mathfrak{a}_0 \cap \mathfrak{a}_1$ ガOrdnung $\mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ニ對シテ持ツ意義ニツイテ觸レカケタガ，ソレハ次ノコトデアル。

<u>$\mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ノ両側Ideal $\mathfrak{b}$ ガ $\mathfrak{b}\mathfrak{b}^{-1} = \mathfrak{b}^{-1}\mathfrak{b} = \mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ヲ満足スルナラバ $\mathfrak{b}$ ハ $\mathfrak{o}_0$, $\mathfrak{o}_1$ ノ適當ナ互ニzusam-</u>

mengehörig ナ $\mathfrak{o}_0, \mathfrak{o}_1$ ニヨツテ $\mathfrak{G} = \mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ナル形ニカケル。

（多元環ニ於ケル Ideal ノ逆 Ideal ノ定義ハ Deuring: Algebren 72頁参照）

逆ハ勿論成立スル。

証明ハトモカク $\mathfrak{G}$ ノ両側ノ Ordnung ガ共ニ丁度 $\mathfrak{O}_0 \cap \mathfrak{O}_1$ デナケレバナラヌコトハ明カデアルカラ，$\mathfrak{O}_0 \cap \mathfrak{O}_1$ ノソノヤウナ Ideal ノ一般ノ形ヲマヅ決メル。ソレニハ $\mathfrak{O}_0, \mathfrak{O}_1$ ヲ，ヤハリ今マデ度々使ッタヤウナ形ニ表ハシテ

$$\mathfrak{O}_0 = \sum_{i,k=1}^{r} \mathfrak{o}_D \varepsilon_{ik}, \quad \mathfrak{O}_1 = \sum \mathfrak{o}_D \varepsilon_{ik} \pi^{\rho_k - \rho_i};$$

$$\rho_1 \leqq \rho_2 \leqq \cdots\cdots \leqq \rho_k$$

$$\mathfrak{O}_0 \cap \mathfrak{O}_1 = \sum \mathfrak{o}_D \varepsilon_{ik} \pi^{\mathrm{Max}(0,\, \rho_k - \rho_i)}$$

トスル（証明ハヤハリ im Kleinen デヤレバヨイ）。$\mathfrak{G}$ ヲ $\mathfrak{O}_0 \cap \mathfrak{O}_1$ ノ両側 Ideal トスレバ容易ニ計算サレルゴトク

$$\mathfrak{G} = \sum \mathfrak{o}_D \pi^{a_{ik}} \varepsilon_{ik} \begin{cases} j \geqq i \ \text{ナラ} & \rho_j - \rho_i \geqq a_{ik} - a_{jk} \ (k\text{ハ任意}) \\ \quad〃 & \rho_j - \rho_i \geqq a_{kj} - a_{ki} \ (\ 〃\ ) \end{cases}$$

トナル。更ニ $\mathfrak{G}$ ノ両側ノ Ordnung ガ丁度 $\mathfrak{O}_0 \cap \mathfrak{O}_1$ ナリトスレバ

1) $a_{1j} - a_{1i} = a_{ir} - a_{jr} = \rho_j - \rho_i$,

$a_{rj} - a_{ri} = a_{i1} - a_{j1} = 0$

又ハ

$$2)\quad a_{1j}-a_{1i}=a_{ir}-a_{jr}=0,$$
$$a_{rj}-a_{ri}=a_{i1}-a_{j1}=\rho_j-\rho_i$$

ノイヅレカ一方ニナルコトガワカル、而シテ更ニ

$\mathfrak{G}\mathfrak{G}^{-1}=\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ナル條件ヲ入レルト 1) デアツテ，然カモ

$a_{11}=a_{22}=\cdots\cdots=a_{rr}$ デナケレバナラヌコトガワカリ，

從ツテ，ドノ a_{ik} モ

$$a_{ik}=a_{11}+Max\,(0,\rho_k-\rho_i),$$

スナハチ $\mathfrak{G}=\pi^{a_{11}}\mathfrak{O}_0\cap\pi^{a_{11}}\mathfrak{O}_1$ トナツテ主張ガ証明サレル。

ナホ一，二注意ヲ述ベルナラバ，$\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ノ両側 Ideal ノ一方（右又ハ左）ノ Ordnung ガ丁度 $\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ニナルナラバ他方モソウデアル。　マタソノ様ナ二ツノ両側 Ideal ノ積ハマタソノ様ナ性質ヲ有スルノデアリマス、シカシナガラ多元環ノ一般ノ Ordnung ニ関シテハ殆ンド何モ知ラレテヰナイ様ニ思ヒマスノデ、コレ等ノ事ガ一般ノ Ordnung ニ對シテ成立ツノカドウカ等モワカラズ、從ツテドンナ意味ヲ持ツノカ等モ何モワカリマセン、ソレニ余リ特殊ナ事柄ニスギマセンカラ、コノ辺デ終ルコトニシマス。