357. 相對微分幾何ニツイテ

松村宗治（台北大）

（I）二ツノ卵形線 $\mathfrak{C}, \mathfrak{C}^*$ ニ於テ對應弦ガツネニ相等シケレバ

$$(1) \quad \mathfrak{x}_1^* - \mathfrak{x}_2^* = \frac{\sqrt{g_1 g_2}}{\sqrt{g_1^* g_2^*}} (\mathfrak{x}_1 - \mathfrak{x}_2)$$

ガ常ニ成立ツ、(1)カラ

$$(2) \quad dS = g^* \sqrt{(d\mathfrak{x}^*)^2} = g\sqrt{(d\mathfrak{x})^2} = dS$$

トナルカラ相對的曲線ノ長サモ相等シクナルコトガ分ル、（記号ノ意味ヤ對應トイフコトノ意味ハ毎々ノ拙文デ自明デアロウ）。

ソレデ相對的空間ニ於イテ次ノ様ニイヘル。

<u>對應弦ノ長サガ二ツノ卵形線デツネニ相等シケレバ曲線ノ全長モ相等シク又對應弧ノ長サモ相等シ</u>。

次ニ普通ノ初等微分幾何學ニ於ケルト相似ニ

$$(3) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{d\Theta}{dS}, \quad \frac{dx}{dS} = \cos\Theta, \quad \frac{dy}{dS} = \sin\Theta$$

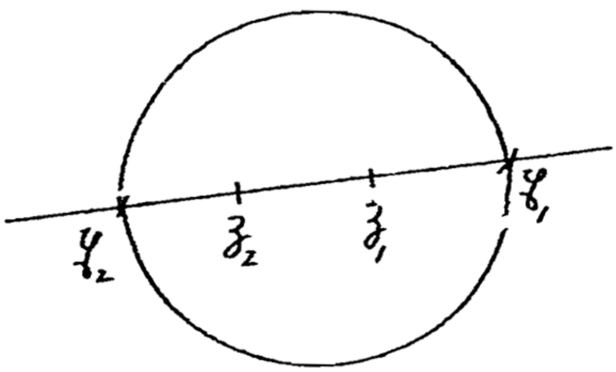
ナル様ニ Θ, x, y ヲ定義スルナラバ普通ノ方法デ次ノ定理ガ証明スルコトガ出來ル。

<u>平面曲線ノ $\frac{1}{\rho}$ ガ S ノ函數トシテ與ヘラルヽトキハ曲線ハ相對的空間ニ於ケル運動ヲ除イテハ唯一ツ決定セラル</u>、但シ ρ ハ相對的曲率，S ハ相對的曲線ノ長サ；x, y ハ相對的直角

座標デアル。Ⓗハ相對的空間ニ於イテ動徑ガ首線トナス角デアル。ソウスルト Holditch ノ定理モソノマヽ吾等ノ空間デイヘルデアロウ、此ノ場合ニⒽ$\equiv S_0$トナル、(3)ノⒽノ導入ニハ相當議論ノアルコトデアロウ。

(II)　次ニ今迄トハ全ク別ニ新シク相對微分幾何ノ立場カラ非ユークリッド幾何ノ様ニ距離ヲ考ヘヨウ、但シ以下絶對形ト稱スルハ二次曲線ノ代リニ卵形線ヲ以テスルノデアル。

先ヅ絶對形ト一直線トノ交点ヲ $\mathfrak{y}_1, \mathfrak{y}_2$ トシソノ上ニ任意ノ点 $\mathfrak{z}_1, \mathfrak{z}_2$ ヲトル、今 $\mathfrak{y}_1$ ト $\mathfrak{y}_2$ ノ距離ヲ $\overline{\mathfrak{y}_1\mathfrak{y}_2}$ トセバ



(4)　$$\overline{\mathfrak{y}_1\mathfrak{y}_2}=\sqrt{g_1 g_2(\mathfrak{y}_1-\mathfrak{y}_2)^2}$$

デアル。

サテ $\mathfrak{z}_i$ ヲ考ヘルト

(5)　$$\mathfrak{z}_i=(1-c_i)\mathfrak{y}_1+c_i\mathfrak{y}_2$$

デアル、c_i ハ媒介変数デアツテ之レヲ変ヘルトキハ考フル直線上ニ $\mathfrak{z}_i$ ハ移動スル。

今 $\overline{\mathfrak{z}_i\mathfrak{y}_1}$ ヲ求メントセバ (5) ヲ $\mathfrak{y}_2$ デ解イテソレヲ (4) ノ $\mathfrak{y}_2$ ニ代入セバヨイコトニナル。

斯ノ如クシテ

$$\overline{\mathfrak{z}_1\mathfrak{y}_1}=\frac{1}{c_1}\sqrt{g_1 g_2(\mathfrak{y}_1-\mathfrak{z}_1)^2},\qquad \overline{\mathfrak{y}_2\mathfrak{z}_1}=\frac{1}{1-c_1}\sqrt{g_1 g_2(\mathfrak{y}_2-\mathfrak{z}_1)^2},$$

$$\overline{\mathfrak{z}_2\mathfrak{y}_2}=\frac{1}{c_2}\sqrt{g_1 g_2(\mathfrak{y}_1-\mathfrak{z}_2)^2},\qquad \overline{\mathfrak{y}_2\mathfrak{z}_2}=\frac{1}{1-c_2}\sqrt{g_1 g_2(\mathfrak{y}_2-\mathfrak{z}_2)^2}$$

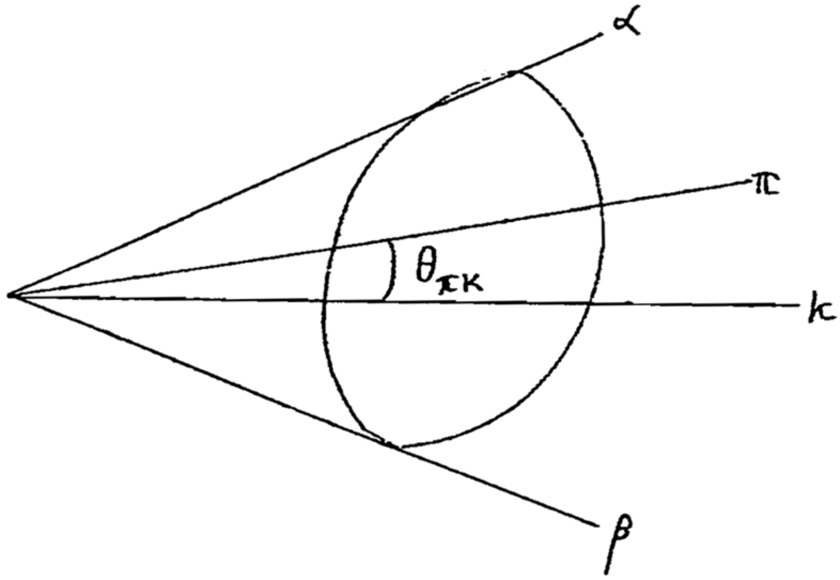
ヲ得、デアルカラ普通非ユークリッド幾何デ知ラル。

$$d_{z_1 z_2}=\frac{k}{2i}\log(\zeta_1\zeta_2,\ z_1 z_2)$$

ガ計算出來ルコトニナル、即チ

$$\frac{k}{2i}\left\{\log\frac{c_2(1-c_1)}{c_1(1-c_2)}+\log(\zeta_1\zeta_2,\ z_1 z_2)\right\}$$

尚同様ノ考デ双對的ニ非ユークリッド空間ニ於ケル角 $\theta_{\pi k}$ ヲバ計算出來ル、ツマリ $\theta_{\pi k}=\dfrac{k'}{2i}\log(\alpha\beta,\ \pi k)$ デアル。



但シ $\widehat{\alpha\beta}$ ヲバ上ノ $\overline{\zeta_1\zeta_2}$ ト相似ニ定義シテオクトヨイ、此ノ場合モ二次方程式デ表ハサレル曲線ノ代リニ卵形線ヲ考ヘテ絶對形ニトル。

以上ノ如クシテ、スヽンデ行ッテ非ユークリッド幾何ト相似ニ今迄ノトハ全ク別ニ新シク相當ニ多ク研究シタイト思フ。

(III)　前ニモコヽデ述ベタ *Witt* 氏ノ論文（*Compositio Math*. *Vol*. 1, *p*. 430）ヲ考ヘル、コレヲ用ヒ拙著論文（台北大学理農學部紀要, *Vol*. 5, *p*. 299）ノヤウニシテ考究ス

ルト次ノ結果ガ得ラル（記号ニツイテハ *Witt* 氏ノ論文ヲ用ヒル）。

卵形面ニテ点 $P = \mathfrak{x} + (\rho_1, \rho_2)h$ ガ *Gegenpunkten* ニ於イテ相一致スル唯一ツノ卵形面ハ相對的擬似球ニ限ル。