384. 素ナル標數ノ体ノ上ノ多元環ニツイテ

中山　正（阪大）

今年ノハジメニ出タ Amer. Math. Soc. ノ Transaction 39, No. 1 ノ A. Albert ノ論文, 及ビ昨年學士院記事 XI ニ書イタ私ノ小論文 Über die Algebren über einem Körper von der Primzahlcharakteristik ニ於ケル結果カラ次ノコトガ証明サレル.

Kヲ素ナル標数pノ体トスル、シカラバKノ上ノp-Potenzindex ノ(Brauerノ)Algebrenklasse ハドレモ zyklische Algebren ノ直積ニヨッテ表ハサレル。

特殊ナ事柄デハアリマスが素標数ノ体ノ上ノ多元環ノ構造ニ関シテ一寸面白イ意味ヲモツコトデアラウト考ヘマス。

Albert ノ上記論文ハ Artin 及ビ Schreier ノ、ソシテ Albert ニヨッテ更ニ補足セラレタ素標数pノ体ノ上ノp-Potenzgrad ノ巡回拡大体ノ理論ヲツカッテp-Potenzindex ノ Divisionsalgebra が zyklische デアルタメノ一條件ヲ証明シタモノデアリマスが、上ノ定理ヲ証明スルタメニソコノ Theorem 3 ヲ modify 且ツ拡張シテ、先ヅ

標数pノKノ上ノ grad が$n=p^g$ナル normal-einfach ナ Algebra A が$K(\alpha)$: $a=\alpha^n\in K$ナル如キ単純ナル完全ニ第二種(vollständig-inseparabel)ナル最大部分体$K(\alpha)$ヲフクミ、且ツ之ヨリ低イ次数ノ完全第二種ノ分解体ヲモタナイナラバAハ zyklisch デアリ

$$A=(a,\ Z,\ S)=Z+\alpha Z+\cdots\cdots+\alpha^{n-1}Z;$$

$$\alpha^{-1}z\alpha=z^S\quad(z\in Z)$$

ナル形ニ表ハサレル。

コトヲ証明スル。 証明ハ Albert ノ Theorem 3 ノ証明ヲ適当ニ modify スレバヨイノデアルカラ省略シヨウ。(但シ Albert ノ証明ニハ小サナ誤リガアルヤウニ思ハレマス、即チ同論文188頁，9行目ニ $K(x_{e0})$ is cyclic of degree p^e over K，且ツ $K(x_{e0}) = K \times Z_e$ ナドト書イテアリマスガ、ソレデハ $K(x_{e0})$ ハ D ノ Zentrum ノ F ニ対シテ p^{e+1} 次ニナリ、D ガ p^e 次ナノデアルカラ変デアリマス。 ソコハ何モ $K(x_{e0})$ ヲ持チ出サナクトモ $Z_{e-1}(x_{e0}) = F(x_{e0})$ ヲ考ヘルダケデヨイノダラウト思ヒマス、 若シ私ノ考ヘ違ヒデシタラ御叱正下サイ)

次ニ私ノ前記論文ノ結果カラ、定理ニ於ケル如キ K ノ上ノ p-Potenzindex ノ Algebrenklasse $\mathfrak{A}$ ハ必ズ完全第二種ナル分解体ヲ有スル、ヨツテソノ中最小ナルモノノ一ツヲ L トスル:

$$L = K(\alpha_1, \alpha_2, \text{------}, \alpha_t)$$

コヽニ勿論 α_1 ハ $K(\alpha_2, \text{------}, \alpha_t) = \bar{L}$ ニ含マレナイトシテヨイ、而シテ $\bar{L}$ ニ含マレル α_1 ノ最低ノ冪ヲ p^h 乗トシヨウ ($h \geqq 1$).

今 $\mathfrak{A}_{\bar{L}}$ ($\mathfrak{A}$ カラ基礎体 K ヲ $\bar{L}$ ニ拡張シタ Klasse) ノ中ノ次数 p^h ノ einfache Algebra ヲ $\bar{A}$ トスル (確カニ存在スル). シカラバ $L = \bar{L}(\alpha_1)$ ヲ $\bar{A}$ ノ最大部分体ト見テヨイ、而シテ上ノ補助定理ノ條件ハスベテ $\bar{A}$ ニ於イテ

満タサレ、$\bar{A}$ガ

$$\bar{A}=(\bar{a},\ \bar{Z},\ \bar{S});\quad \bar{a}=\alpha_1^{p^h}$$

ナル形ニナルコトガワカル、次ニα_1ノ冪デKニ含マレル最初ノモノヲ$a=\alpha_1^{p^k}$ $(k\geq h)$トスル、而シテ$\bar{Z}$ヲ含ミ$\bar{L}$ニ対シテp^k次ナル巡回拡大$Z/\bar{L}$ヲトル（確カニ存在スル）、然ラバ

$$\bar{A}\sim(a,\ Z,\ S)$$

デアル、更ニ$Z=Z'\times\bar{L}$ナル巡回拡大Z'/Kヲトル。（Albert ノ Theorem 2）。然ラバ

$$(a,\ Z',\ S)_{\bar{L}}=(a,\ Z,\ S)\sim\bar{A}$$

デアル、ヨッテ$(a,\ Z',\ S)$ナル巡回環ノ類ヲ$\mathfrak{S}$トスレバ$\mathfrak{A}\mathfrak{S}^{-1}$ナル類ハ$\bar{L}$ヲ分解体モツ、然モ$(L:K)>(\bar{L}:K)$デアル。ヨッテ$(L:K)$ノ次数ニヨルInductionニヨッテ定理ハ容易ニ証明サレル。

以上ノ証明ニヨッテ判ル如ク、モット細カクヤルコトニヨッテ、モット細カイStrukturガ出ルヤウニ思ヒマスガ、何カ出マシタラ御報告イタシマス。