

390. 數學雜話

松村 宗 治 (台北大)

(I) 吾々ハ n 次元ユウクリッド空間内ノニツノ円甲, 乙ヲ考ヘ 甲ヲ通ル球ガ乙ニ垂直ナラバ

$$(1) \quad T^{ik} \rho_i \rho_k = 0$$

ナルコトガ分ル。(拙著論文, 台北帝大理農學部紀要参照)

今(1)ガニツノ因子ニ分離サレルトシ

$$(2) \quad T^{ik} p_i p_k \equiv (a^i p_i)(b^k p_k)$$

ナリトスル、然ルトキハ

$$(3) \quad \alpha \mathcal{L} = (a^i p_i)(b^k p_k) = T^{ik} \mu_i \mu_k,$$

但シ

$$(4) \quad \alpha = a^i \mu_i, \quad \mathcal{L} = b^k \mu_k$$

然ルトキハ (2) ヲリ

$$a' b' = T'',$$

$$(5) \quad a' b^2 + a^2 b' = 2T'^2,$$

$$a^2 b^2 = T^{22}$$

デアル。 (5) の第一、第三式ヨリ $b', b^2 \rightarrow a', a^2$ 表ハ

シヨレテ第一式ニ代入セバ $a': a^2 = t$ トオクコトヨリ

$$(6) \quad T^{22} t^2 - 2T'^2 t + T'' = 0$$

ヲ得。

(5) が對稱式ナルが故ニ比 $b': b^2 =$ ツイテモ同ジ式ヲ満足スル。

ソレ故ニ Tensor T^{ik} ハ Vektor α, \mathcal{L} ヲ決定ス、而シテソノ座標ハ根 $t_1, t_2 =$ ヲリテ定メラレル。但ツ

$$\frac{a_1}{a_2} = t_1, \quad \frac{b_1}{b_2} = t_2$$

デアル。

モシ (2) が零ニ等シケレバ Vektor α ハ Vektor \mathcal{L} = 垂直ニナル。

亦(2)ノ値が定値ナラバ α ノスベテ、Vector = 對應シテ α ノVectorが一意的=對應スルコト=ナル。

(II) 前 = コトヲ Eisenhart が考ヘタ A-surface ノ相對的距離ヲ考ヘタガマノ式ヲ一般化シテ

$$(1) F(u) \equiv \sum_{i,k=1}^n A_{ik} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + C u = 0$$

ヲ考ヘル、コト = A_{ik}, B_i, C ハ n 個ノ變數 x_1, x_2, \dots, x_n ノ函数ナリ、ソレ等ハ n 次元ノ空間 = 於ケル点ノ座標ト考ヘル。

然レ = Hadamard = ヨレバ (1)ノ初等的解ガ分ツテイル { Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations (rale, 1923), p. 70, et seq. } , 即チ

n ガ odd ナラバ

$$u = \Gamma^{-\frac{1}{2}(n-2)} \left[U_0 + U_1 \Gamma + U_2 \Gamma^2 + \dots + U_r \Gamma^r + \dots \right],$$

但シ

$$U_0 = K \exp \left[- \int_0^s \frac{1}{4s} \left\{ F(\Gamma) - C\Gamma - 2n \right\} ds \right]$$

K ハ或常数、 $s = \sqrt{\Gamma}$ ハ $(q_i) \equiv (x_i)$ ノ geodesic ノ弧ノ長ヲ示ス。

函数 $U_r (r > 0)$ ハ

$$U_r = - \frac{U_0}{(4r-2n+4)s^r} \int_0^s \frac{s^{r-1}}{U_0} F(U_{r-1}) ds$$

ナル recurrence - formula = ヨツテ決定ナル。

(1) = テ $(A_{ik}) = \text{reciprocal}$ ナル matrix ヲ
 (H_{ik}) トシ metric が

$$ds^2 = \sum_{i,k} H_{ik} dx_i dx_k$$

ナル Riemannian space ヲ考ヘルノデアアル。

尚亦 n が even ナラバ同様ノ公式 = ナル、但シ $\log \Gamma$
ナル項が含まレル。

デアアルカラ (1) ノニツノ解ヲ求メ其ノ比 = テ相對的距離
ナリト定義スルトヨイト思ハレル。