392 Normale Matrix ノ Elementarteiler ハ linear

近藤孝一（東大學生）

何デモナイコトヲ一寸失礼サセテ戴キマス。

A ト云フ Matrix が normal ト云フ：ハ、$A\bar{A}'=\bar{A}'A$ ナルモノデ、「—」ハ konjugat；「′」ハ transponiert ノモノデアリマス。勿論元ハ複素数デアリマス。A ノ一番最後ノ Elementarteiler ヲ $m(u)$ トシマス、ツマリ Frobenius ニ従ヒマスト、A が満足スル多項式——意味ハ自明ト思ヒマス——ノ中デ一番次数ノ低イモノデス。

コレデ

$$m(u)=(u-u_1)^k\,h(u)$$

但シ　$k>1$

ト假定シマスト矛盾が出テ来マス、ソレハ今

$$m_1(u)=(u-u_1)^{k-1}\,h(u)$$

ナル多項式ヲ作リマスト

$$m(u)\,\big|\,(m_1(u))^2$$

トナリマス。

所が A が normal ト云フ假定デスカラ、$m_1(u)$ ノ u ノ代リニ A ヲイレタ $m_1(A)$ ナル Matrix が亦 normal ニナリマス。

サウシテ

$$m(A)=0 \quad \text{デスカラ} \quad (m_1(A))^2=0$$

デス。

$m_1(A)=A_1$ トシマスト $A_1^2=0$

又 $(A_1\bar{A}_1')^2=A_1\bar{A}_1'A_1\bar{A}_1'=\bar{A}_1'A_1^2\bar{A}_1'=0$

所ガ元來 $A_1\bar{A}_1'$ ハ hermitesche Matrix デスカラ二乘シテ 0 ナラ，ソレ自身デス。 $A_1\bar{A}_1'=0$

$A_1=(a_{ik})$ トシマスト、$A_1\bar{A}_1'$ ノ i 行 i 列ニ出テクルモノハ，$a_{i1}\bar{a}_{i1}+\cdots\cdots+a_{in}\bar{a}_{in}$ デスカラ、コレガ 0 ナラ，スベテノ a ガミンナ 0 デ，$A_1=0$ トナリマス。

ツマリ $m_1(A)=0$

$m(u)$ ヨリ低イ次數ノ $m_1(u)$ デ $m_1(A)=0$ ハ矛盾デス。

デハカラ A ハ對角線形ニ transformieren 出來マスガ、ソレガ unitäre Matrix ヲ使ッテ出來ルト云フコトハ $A=(a_{ik})$ トシテ

$$a_{11}x_1+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=\lambda x_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_{n1}x_1+\cdots\cdots+a_{nn}x_n=\lambda x_n$$

ココニ λ ハ Eigenwert.

ノ解 Vektor $(x_1\cdots\cdots x_n)$ デチガッタニツノ λ ニ對スルニツノ解 Vektor ガ unitär ノ意味デ直交スルト云フコトガ云ハレレバ、ヨイワケデス。

ガ、コレハドウシテ云ッタラ簡單ニ云ヘルデセウカ。