400. 円系ノ幾何並ニ相對微分幾何ニツイテ

松　村　宗　治（台北大）

（I）　日本數學輯報第四巻ニ於ケル Süss 氏ノ論文ニ於イテ

$$p=\frac{1}{n}\left\{p^{(1)}+p^{(2)}+\cdots\cdots+p^{(n)}\right\},$$

$$q=\frac{1}{n}\left\{q^{(1)}+q^{(2)}+\cdots\cdots+q^{(n)}\right\}.$$

ナル場合ニハ

$$r=\frac{\frac{1}{n}\sum p}{\frac{1}{n}\sum q}$$

トナリ相對的距離ガ一定ナラバ

$$\sum p=const.\sum q$$

トナル。

尚亦相對的曲線ノ長サ S ハ下ノ如シ。

$$dS=\frac{1}{n^2}\sum g\cdot\sum d\bar{s},$$

亦相對的距離 d ハ

$$d=\sqrt{\frac{1}{n^2}\left\{g_1^{(1)}g_2^{(1)}+g_1^{(2)}g_2^{(2)}+\cdots\cdots\right\}\left\{\left(\xi_1^{(1)}-\xi_2^{(1)}\right)^2+\left(\xi_1^{(2)}-\xi_2^{(2)}\right)^2+\cdots\cdots\right\}}$$

デ與ヘラル。

其ノ他 I(ξ) 等ノ公式モ上ノヤウニシテ変形出來ル。

(II) 円系表面上ニ互ニ垂直ナル曲線群

$t=const.$, $\tau=const.$

ヲトリ、コレヲ parametric curve トシテ考ヘルト

$t=const.$

ト定角 α ヲモッテキル此ノ表面上ノ円系ハ

$$(1)\quad \frac{dt}{d\tau}=\left[\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\right]^{\frac{1}{2}}\tan\alpha$$

ナル微分方程式デ與ヘウルコトが分ル。

〔台北帝大理農學部紀要第二巻第一号ニ於ケル拙著論文並ニ Forsyth: Differential Geometry, p. 62 參照〕

(1)ヲ用ヒルト普通ノ初等微積分學ニ於テノ如ク円系表面上ノ曲線ヘノ切円が τ 軸ニ平行ナル点ヲ求メルニハ

$$\frac{dt}{d\tau}=0$$

トスレバヨイコトが分ル。

尚亦円系表面上ノ二曲線

$$(2)\quad t=f(\tau),\qquad (3)\quad t=\varphi(\tau)$$

ニ於テ (2) 上ノ $(n+1)$ 個ノ点ヲ通ル (3) ナル曲線ニ於テ此等ノ点ガ一点ニ近ヅイタ極限ニテ

$$f(\tau)=\varphi(\tau),\quad f'(\tau)=\varphi'(\tau),\cdots\cdots,f^{(n)}(\tau)=\varphi^{(n)}(\tau)$$

ガ成立スベク (2) ト (3) トハ其ノ点ニテ第 n 位ノ切觸ヲナスト考ヘラレル。

其ノ他，初等微積分學ニ於ケルト同様ニ円系表面上デ論ゼラルルモノガ相當アルダロウ。

(1) ニテ α ガ 2α ニナツタ曲線群ニ向ツテハ

$$(4)\quad \frac{dT}{d\mathcal{T}}=\left[\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\right]^{\frac{1}{2}}\tan 2\alpha$$

ガ成立ツ．ソコデ (1), (4) カラ α ヲ消去スルト

$$(5)\quad \frac{dT}{d\mathcal{T}}=2\left[\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\right]\frac{\dfrac{dt}{d\tau}}{\left[\dfrac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\right]-\left(\dfrac{dt}{d\tau}\right)^2}$$

ヲ得ベク (5) ハ $t=const.$ ト α 及ビ 2α ヲナス曲線群ノ間ノ関係デアル。但シ α ハ任意角デアル。

特ニ注意スベキハ平面ノ場合デハ二方向 $\frac{dt}{d\tau}$, $\frac{dT}{d\mathcal{T}}$ ガ互ニ垂直ヲナス條件ハ

$$\frac{dt}{d\tau}\cdot\frac{dT}{d\mathcal{T}}=-1$$

ナレド円系表面ニ於テハ

$$(6)\quad \frac{dt}{d\tau},\ \frac{dT}{d\mathcal{T}}=-\left[\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}\right]$$

トナル．而シテ $(\theta_\tau\theta_\tau)=(\theta_t\theta_t)$ ナルトキニ前者ト相一致スル。

デアルカラ円系表面上ニ $f\left(t,\tau,\dfrac{dt}{d\tau}\right)=0$ ナル垂直曲線群ガアレバ共直交曲線群ノ式ハ

$$(7)\quad f\left(t,\tau,-\frac{\left[\dfrac{(\theta_\tau\theta_t)}{(\theta_t\theta_t)}\right]}{\dfrac{dt}{d\tau}}\right)=0$$

デアル。

$t=const.$, $\tau=const.$ ガ垂直曲線デナイナラバ(6)ハ下ノ散ニナル。

$$(8)\quad (\theta_t\theta_t)\frac{dt}{d\tau}\cdot\frac{dT}{d\mathcal{T}}+(\theta_\tau\theta_t)\left\{\frac{dt}{d\tau}+\frac{dT}{d\mathcal{T}}\right\}+(\theta_\tau\theta_\tau)=0$$