406. Linear Operation ニツイテ (III)

泉　信一 (東北大)
北川敏男 (阪大)

本論文デハ (II) ニ於イテ論ジタモノヨリモ, モツトー

般ナ空間デ定義サレタ *translatable* ナ *Operation* ノ一般形ヲ求メルコトデアル。

1. (F) ヲ $(-\infty, \infty)$ ニ於イテ定義サレタ函数ノツクル空間ニシテ、任意ノ有限區間デ, (F) ニ属スル函数ノ絶對値ノ二乘ガ可積分トシ, 且ツ各々ノ $f(x) \varepsilon$ (F) ニ對シテ

$$|f(x)| < A\,(1+|x|^{k}) \tag{1}$$

ナル如キ $A = A(f)$ 及ビ $k = k(f)$ ガ存在スルトスル。

然ルトキ Wiener ニヨリ, $f(x)$ (ε F) ニ對シテハ

$$f(x) = \underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,\Phi(\xi-x,\lambda)\,d\xi \tag{2}$$

ト書キウル。コヽニ, $l.m.$ ハ任意ノ有限區間ニツイテトルモノトスル。

又

$$\Phi(\xi-x,\lambda) = \int_{-\lambda+\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi-x)u}\,\varphi_\lambda(u)\,du$$

但シ
$$\varphi_\lambda(u) = \pi, \quad |u| \leqq \lambda$$
$$= 0, \quad |u| \geqq \lambda+\delta$$

及ビ $\varphi_\lambda(u)$ ハ $(\lambda, \lambda+\delta)$, 及ビ $(-\lambda-\delta, -\lambda)$ ニテ連続デ, 且ツ何回デモ微分出來テ端点ニ於ケルスベテノ微係數ハ 0 デアル。更ニ、$\varphi_\lambda(u)$ ハ *even function* ナリトスル。

2. Λf ヲ (F) ニ於イテ定義セラレテ、ソノ *contra-domain* ガ (F) ニフクマレテヰルトスル。Λf ハ *additive translatable* デ (II) ニ於ケル條件 1° 及ビ次ノ條件ヲ滿足スルモノトスル。乃チ

$\boxed{\text{條件}3^\circ}$ $\quad |\Lambda f(x)| \leqq G\,(1+|x|^{l})\,|f(x)|$

ナルヤウナ $G=G(f)$ 及ビ $l=l(f)$ ガ存在スル。

$$f_\lambda(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Phi(\xi-x,\lambda)\,d\xi$$

トオクトキ，殆ンドスベテノ x ニ對シテ

$$\Lambda\left\{x, f_\lambda(t)\right\}=\Lambda\left\{x, \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Phi(\xi-t,\lambda)\,d\xi\right\}$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\Lambda\left\{x, \Phi(\xi-t,\lambda)\right\}d\xi \quad (1)$$

コヽニ

$$\Lambda\left\{x, \Phi(\xi-t,\lambda)\right\}=\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{i(\xi-t)u}\varphi_\lambda(u)\,du\right\}$$

右辺ノ *integrand* ハ連続デアルカラ、條件 Γ^0 ニヨリ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du\right\}$$

$$=\lim_{n}\Lambda\left\{x, \sum_{k} e^{-itu_k^{(n)}}\varphi_\lambda(u_k^{(n)})e^{ixu_k^{(n)}}\left(u_{k+1}^{(n)}-u_k^{(n)}\right)\right\}$$

$$=\lim_{n}\sum_{k}\Lambda\left\{x, e^{-itu_k^{(n)}}\right\}\varphi_\lambda(u_k^{(n)})e^{ixu_k^{(n)}}\left(u_{k+1}^{(n)}-u_k^{(n)}\right)$$

條件　カラ $\Lambda\left\{x, e^{-itu_k^{(n)}}\right\}$ ハ連続デアルカラ，*Riemann* ノ意味デ積分可能デアル．故ニ

$$\Lambda\left\{x, \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} e^{-itu}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du\right\}=\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta}\Lambda\left\{x, e^{-itu}\right\}\varphi_\lambda(u)e^{i\xi u}\,du$$

故ニ

$$\Lambda\left\{x, e^{-itu}\right\}=G(x,u)$$

トオクトキ Λ ノ *translatable* ナコトカラ $G(x,u)=G(iu)e^{-ixu}$

トオクコトガ出來ル。

故ニ

$$\Lambda\left\{x, f_\lambda(t)\right\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,d\xi\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu)\varphi_\lambda(u)\,e^{-i(x-\xi)u}\,du$$

故ニ，(2) ニヨリ

$$\Lambda f(x)=\underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,d\xi\int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(iu)\varphi_\lambda(u)\,e^{i(x-\xi)u}\,du.$$

3. (F) ニ属スル函数 $f(x)$ ニ對スル條件 (1) ノ代リニ次ノ條件ヲ置キカヘル。乃チ

$$|f(t)|<A\,e^{\beta|t|}(1+|t|^k) \quad (-\infty<t<\infty)$$

トナルヤウナ $\beta>0$ 及ビ $A=A(f)$ 及ビ $k=k(f)$ ガ存在スルモノトスル。カヽル函数ノツクル空間ヲ $(F^{(\beta)})$ デ表ハス。

然ルトキ，Wiener ノ定理カラ，容易ニ次ノ關係式ヲ得ル。

$$\underset{\lambda\to\infty}{l.m}\int_0^{\infty} f(t)\,e^{s(x-t)}\,\Phi(x-t,\lambda)\,dt=f(x),\quad x>0$$

$$=0\quad,\quad x<0$$

$$\underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\int_{-\infty}^{0} f(t)\,e^{-s(x-t)}\,\Phi(x-t,\lambda)\,dt=f(x),\quad x<0$$

$$=0\quad,\quad x>0$$

故ニ

$$f_\lambda(x)=\int_0^{\infty} f(t)\,e^{s(x-t)}\,\Phi(x-t,\lambda)\,dt$$

$$+\int_{-\infty}^{0} f(t)\,e^{-s(x-t)}\,\Phi(x-t,\lambda)\,dt$$

トオクトキ

$$l.m.\,f_\lambda(x)=f(x)$$

コヽニ，$l.m.$ ハ任意ノ有限區間デトルモノトスル。

然ルトキ，Λ ガ（$F^{(\beta)}$）ノツクル函數ヲ（$F^{(\beta)}$）ノツクル函數ニ變換スル *Operation* トスルトキ同様ニシテ §2 ノ條件ガナリダットキ

$$\Lambda f(x)=\underset{\lambda\to\infty}{l.m.}\left\{\int_0^{\infty} f(\xi)\, e^{s(x-\xi)} d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(\beta+iu)\varphi_\lambda(u)\, e^{i(x-\xi)u} du\right.$$

$$\left.+\int_{-\infty}^{0} f(\xi)\, e^{-s(x-\xi)} d\xi \int_{-\lambda-\delta}^{\lambda+\delta} G(-s+iu)\varphi_\lambda(u)\, e^{i(x-\xi)u} du\right\}$$

〔訂正〕 *Linear Operation*（I）ニ於イテ條件 2° ヲ次ノ様ニ（一般ニ）直シテオクコトガ必要デアル。

$\boxed{\text{條件}2^\circ}$ 條件 1° ト同ジ假定ノ下デ、殆ンドスベテノ t ニ對シテ

$$\lim_{n_k\to\infty}\Lambda\{x, f_{n_k}(t)\}=\Lambda\{x, f(t)\}$$

トナル様ナ *subseq.* $\{f_{n_k}(t)\}$ ガ存在スル。

ソウデナイト，$E=(\angle P)$ ノ場合ガフクマレナイ。又上ノ如ク假定スレバ，E 及ビ E_1 ガ（S）ノトキモフクマレル。