

## 429. Normal + 作用素 = 就イテ

(V. Neumann ヨリノ注意)

三村 征雄 (阪大)

前 = Neumann - Riesz, 定理, 擴張 = 就イテ報告シ  
タガ, (本紙 78 号) コノ結果カラ所謂 Normal + 作用素  
ノ定義ガ簡單 = ナルコトヲ V. Neumann ヨリ注意シテモ  
ラッタ。

私ノ結果ハ

[定理]  $A$  ハ任意ノ線状作用素トスルトキ, コレガーツ  
ノ hermitesch hypermaximal +  $H$ , “函数”トナレ  
タメノ必要且ツ充分条件ハ  $H$  ト可換ト任意ノ有界作用素  $B$   
ガ  $A$  ト可換ナルコトデアル。」

トイフノデアツタ。(前 =  $H$ ,  $A$  ハ  $*$ -作用素, 即チソノ定  
義範囲ガ  $\mathcal{D}$  デ überall dichtデアルコトヲ假定シタガ,  
コレモ不用デアツタ。モットモ之レハ大シテ重要デモナイノ  
デ結局ソノ定義範囲ガ張ル (aufspannen) abg. lin. +  
Mannigfaltigkeit デ考へルバ —— ソレハーツ, ヒル  
ベルト空間カスハ. ユークリッド空間デアル。—— ソコデア

が  $*$ -作用素トナル。定理ノ條件カラ  $A$  ノ Wertevorrat  
ガコノ *abg. lin.*  $M$  = 属スルコトガワカルカラデア

ーツノ作用素  $A$  ガ *Normal* トイフノハ、*v. Neumann*  
= ヨツテ次ノマウニ定義サレテ居ル。(Math. Ann. 102,  
Zur Algebra der Funktionaloperationen, Def.  
6.)

定義. 1.  $A$  ハ  $*$ -作用素デアアリ

2.  $\Delta$  ジク  $*$ -作用素デアアツテ、 $Af, A'g$  ガ意味ヲ  
有スルカギリ常ニ

$$(Af, g) = (f, A'g)$$

デアアル様ナ  $A'$  ガ存在シ、

3.  $(A)''$  ガ *Abelsch* デアル時、

$A$  ハ *Normal* デアルトイフ。」

然ルニコノ中2ハ必要ガナクナルトイフノデアアル。換言  
スレバ2ハ3カラ出テ来ルコトガ判ル。

[1ニツイテハ上ノ注意参照、又2ハ  $A$  ガ *abg.* ナ  
*Fortsetzung* ヲモツコトト等値デアアルコトモ知ラ  
レテ居ル。

勿論

$(A)'$  トハ  $B, B^*$  共ニ  $A$  ト可換ナ様ナ有界作用素  $B$  ノ集  
合、 $(A)''$  トハ  $C, C^*$  共ニ  $(A)'$  ノ任意ノ作用素ト可換ナ有界  
作用素  $C$  ノ集合デアアル。

又  $(A)''$  ガ *Abelsch* トイフノハ  $(A)''$  ノ任意ノ作用素ガ互  
ニ可換ナコトデアアル。

ソコデ  $(A)''$  ハ *Neumann*、意味、*Abelsch + Ring*  
 デアルカラ、ソレニ属スル作用素ハ皆  $H$  ノ 函数デアリ、  
 故ニ  $(A)'''$  スナハチ  $(A)''$  ハ (一般ニ  $\mu' = \mu'''$ )  $H$  ト可換ナ  
 スベテノ 有界ノ作用素ヲ含ム。スナハチ  $A$  ハ  $H$  ト可換ナス  
 ベテノ 有界ノ作用素ト可換、故ニ上ノ定理ニヨツテ  $A$  ハ  $H$  ノ  
 函数、或ハ正確ニ言ヘバ函数ヲ *Fortsetzung* トシテ持ツ、ス  
 ベテノ 函数ハ上ノ定義ノ意味デ *Normal* デアルカラ、証明  
 終リ。

何デモナイコトデアルガ、コレハ氣がツカナカッタコト  
 デアリ、△時ニ望外ノ結果デアツタ。