447. 補助変數ヲ含ム函數方程式

福 原 滿 洲 雄（北大）

補助変數ヲ含ム微分方程式デ述ベタ結果ハ未ダ十分デナイ，即チ

$$\int_0^x K(x)\frac{\log\eta(x)}{\eta(x)}dx=O\left(\frac{r(x)}{\eta(x)}\right)$$

ナル條件ハ

$$\int_0^x \frac{K(x)}{\eta(x)}dx=O\left(\frac{r(x)}{\eta(x)}\right)$$

デ置換ヘルコトが出來ル、序デアルカラモット一般ナ形デ此ノ問題ヲ扱ツテ置カウ。

Rヲ *espace linéaire, normé et complet* (*Banach* ノ空間) デ，考ヘヲハツキリサセルタメ，R ノ点 y ト複素数 α トノ積 αy が定義サレテヰルモノトスル，$\mathfrak{B}$ ハ

複素数平面ニ於ケル連結集合デ，Dハ$(R\times\mathfrak{S})$ニ於ケル開集合トスル、(今後特ニ断リガナケレバ開，閉等ノ語ハ$(R\times\mathfrak{S})$ニ對シテ使ッテヰルノデアル)。一般ニ集合Aノ閉被($(R\times\mathfrak{S})$ニ於ケル)ヲ$\overline{A}$デ，λガ同ジ値ヲ持ツAノ点ノ集合ヲA^{λ}デ表ハス。$F(y,\lambda)$ガ$\overline{D}$デ定義サレタ値域ガRニ属スル函数デアルトキ

$$(1)\qquad \Phi_{\lambda}(y)\equiv y-F(y,\lambda)=0$$

ナル方程式ヲ考ヘル，$F(y,\lambda)$ハ次ノ諸條件ヲ滿タスモノトスル。

1° $F(y,\lambda)$ハ$\overline{D}^{\lambda}$ニ於イテ完全連續(vollstetig)，即チ$\overline{D}^{\lambda}$ニ於イテ連續デ，ソノ像$F(\overline{D}^{\lambda})$ガ緊ッテヰル。

2° $F(y,\lambda)$ハλニ關シテ同程度連續，即チ正ノ数ε及ビ$\mathfrak{S}$ノ点λ_0ガ與ヘラレタトキ，yニ關係シナイ正ノ数δガアッテ，(y,λ_0)，(y,λ)ガ$\overline{D}$ニ属シ，$|\lambda-\lambda_0|<\delta$ナル時$|F(y,\lambda)-F(y,\lambda_0)|<\delta$トナル。

3° (1)ハDノ縁ノ上ニ解ヲ持タナイ。

4° $F(y,\lambda)$ハDニ於イテ微分$\delta F=G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)$ヲ持ツ。

即チ$G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)$ハ$\delta y,\delta\lambda$ニ關シテ線形デ，正ノ数ε及ビDノ点$(y,\lambda)$ガ與ヘラレタトキ正ノ数ρヲ適當ニ取ッテ

$$F(y+\delta y,\lambda+\delta\lambda)=F(y,\lambda)+G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)+\Delta(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)$$

ト置イタトキ，$\|\delta y\|<\rho$, $|\delta\lambda|<\rho$, $(y+\delta y,\lambda+\delta\lambda)\in D$ナラバ

$$\|\Delta(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)\| < \varepsilon(\|\delta y\|+|\delta\lambda|)$$

ガ成立スルヤウニ出來ル。

5° 微分 $G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)$ ハ完全連續デアル，即チ正ノ數 ε 及ビ D ノ点 (y,λ) ガ與ヘラレタトキ，正ノ數 ρ ヲ適當ニ取ッテ $\|y-z\|<\rho$, $|\lambda-\mu|<\rho$, $(z,\mu)\in D$ ナラバ

$$\|G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)-G(z,\mu;\delta y,\delta\lambda)\| < \varepsilon(\|\delta y\|+|\delta\lambda|)$$

ガ成立スルヤウニ出來，$G(y,\lambda;\delta y,\delta\lambda)$ ヲ $(\delta y,\delta\lambda)$ ノ函數ト考ヘタトキ完全連續

6° (y,λ) ガ $\overline{D}$ ノ点デアルトキ z ニ關スル線形方程式

(2) $z-G_1(y,\lambda;z)=0$

ノ解ハ $z=0$ ニ限ル。

但シ

$G(y,\lambda;z,0)=G_1(y,\lambda;z)$, $G(y,\lambda;0,1)=G_2(y,\lambda)$

ト置ク、ソノ時結論ハ次ノヤウニナル。

(1) ハ $\mathfrak{S}$ ニ属スルスベテノ λ ニ對シテ m 個ノ解 $\varphi_1(\lambda)$, ---------, $\varphi_m(\lambda)$ ヲ持ツ、m ハ有限デ λ ニ關係シナイ。$\varphi_1(\lambda)$, -------, $\varphi_m(\lambda)$ ハ $\mathfrak{S}$ ニ於テ連續トナルガ一價ニナルトハ限ラナイ（$\mathfrak{S}$ ガ單一連結ナラバ各ガ一價函數トナル）、$\varphi_1(\lambda)$, -------, $\varphi_m(\lambda)$ ノ中ノ勝手ナ一ツヲ $\varphi(\lambda)$ デ表ハセバ $\varphi(\lambda)$ ハ λ ニ關シテ微分スルコトガ出來ル、$z=\varphi'(\lambda)$ ハ

(3) $z=G_1(\varphi(\lambda),\lambda;z)+G_2(\varphi(\lambda),\lambda)$