448. *diskret* ナ賦値デ完全ナル体ノ上ノ多元体

(特ニ惰性多元体ノ存在), I

中山　　正 (阪大)

数号前ノ本紙デ守屋氏ハ多元体ノ賦値ヲ論ゼラレタ。ソレニ関聯シテ *diskret* ナ賦値デ完全(*perfekt*) ナ

体ノ上ノ多元体（ソレハ自分自身ヤハリソノ基礎体ノ賦値ノ拡張ニ対シテ完全デアル）ノ構造ヲ少シ精シクシラベタイ。主ナル目的ハ惰性（*Trägheits*）多元体ノ存在ノ証明デアリマス、基礎体が普通ノ $\mathfrak{p}$-進数体（代数体カラ *derivieren* サレタ体）ノトキニハヨク知ラレテヰル様ニソレハ簡単ニ証明サレ（はーせ），ソシテソノ事実が代数体ノ上ノ多元環ノ整数論ヲ，更ニ構造論ヲ扱フ際ニ非常ナ便宜ヲ與ヘテクレル。所がソノ証明ニ於テハ，所謂 $\mathfrak{p}$-進数体ノ剰餘類体が有限体ナルコト，ソシテ有限体ノ上ノ多元体ハ必ズ（可換）体ナルコトが根本的ニ使用サレテヰル。（以下基礎ノ体ヲK，考ヘルソノ上ノ多元体ヲDトショウ）、即チDノ剰餘類多元体が実ハ体デアルコトがソノ証明ヲ非常ニ簡単ニシテヰル、所が一般ノソンナ関係ノナイ場合ニ惰性多元体ノ存在ヲ証明スルノハ一寸面倒デ．実ハ氣ニシナガラナカナカ出來ナイデ困ッテヰタノデスが，最近ドウヤラ漕ギツケマシタノデ御報告シマス。

タヾシKノ剰余類体が *vollkommen* デアルコトヲ假定シナケレバナラナイノが残念ナノデスが！（本質的ニ必要ナ假定カ方法上ノ問題ナノカモ僕ニハ未ダワカラナイノデスが）。

以下Kヲアル *diskret* ナ賦値デ完体ナ体，ソノ *Maximalordnung* ヲ $\mathfrak{o}$，素いでやるヲ $\mathfrak{p}$ トスル。ソシテ先ヅハジメハKヲ核心ニモツ多元体Dヲ考ヘル。Kノ賦値ハ一意的ニDニマデ拡張サレル、（ソレラノコトニツイテハ守屋氏

ノ論文ヲ参照サレタイ)、ソノ Max-ord ヲ $\mathfrak{O}$, 素いでやるヲ $\mathfrak{P}$ トスル。($\mathfrak{O}$ モ一意的ニキマル、マタ $\mathfrak{O}$ ノいでやるハミナ両側いでやるデアル)。

D/K ノ次数, 従ッテ D ノ Index ヲ n トスル: $(D:K)=n^2$. D ノ剰餘多元体 $\mathfrak{O}/\mathfrak{P}$ ノ K ノソレ $\mathfrak{o}/\mathfrak{p}$ ニ對スル Rang ヲ r トシ, マタ $\mathfrak{p}=\mathfrak{P}^e$ トスル。然ラバ $n^2=re$ デアル。以下惰性多元体ノ存在ヲ目的トスルノデスが，先ヅスグワカルコトハ

(I) $e\leqq n$, 従ッテ $r\geqq n$. コレハ $\mathfrak{P}$ が單項いでやるデ, $\mathfrak{P}=\pi\mathfrak{O}=\mathfrak{O}\pi$ トオイタトキ, $K(\pi)$ ヲ考ヘレバ一方デハソノ K ニ對スル分岐指數が少クモ e, 従ッテ次數か少クモ e デアリ, 他方 D ノ(可換)部分体トシテ次數が高々 n ナルコトカラ直チニワカル。(D ノ部分多元体 C ニ於テ, $C\cap\mathfrak{O}$ がソノ Max-ord. $C\cap\mathfrak{P}$ がソノ素いでやるデアル)。次ニ先ヅ

(II) D ハ最大(可換)部分体デ, シカモ K ニ對シテ不分岐ナルモノヲ有ス。假ニ主張が成立シナイト假定スル、而シテ K ニ對シテ不分岐ナル部分体ノ中デ次數が最大ナルモノノ一ツヲ W トスル、假定ニヨッテ $(W:K)<n$. 今 D ニ於テ W ト elementweise ニ可換ナ元全体ノナス多元体ヲ $V(W)$ トスル。$V(W)$ ハ W ヲ核心ニモツ、且ツ W ニ對シテ次數 $n/(W:K)$、シカモ之レハ假定ニヨリ >1. ヨッテ (I) ヲ参照スレバトモカクモ W ノ元ノ属サヌ剰餘類が $V(W)$ ニアル、ソノ類ノ一ツノ代表元ヲ $V(W)$ カラトル、ソレヲ α.

シカシテ W ト α デ生成サレル環ヲ考ヘレバ $\alpha\in\nabla(W)$ ナルコトカラ(可換)体デアル。今ソノ $W(\alpha)$ ノ K ニ對スル惰性体ヲ考ヘル。(可換拡大ニオケル惰性体ノ存在ハヨク知ラレテキル方法デ容易ニ証明サレル) ソレハ K ニ對シテ不分岐デシカモ次数ガ $(W:K)$ ヨリ大デアル、ソレハ矛盾。故ニ主張(II)ガ証明サレタ。

以下簡単ノタメ $\mathcal{O}/\mathfrak{P}$ ヲ $\mathfrak{k}$ (K ノ剰余類体), $\mathcal{O}/\mathfrak{p}$ ヲ $\mathfrak{D}$ (D ノ剰餘類多元体) トシ、且ツ $\mathfrak{D}$ ノ核心ヲ $\mathfrak{Z}$ トスル、而シテ以下 <u>$\mathfrak{k}$ ガ *vollkommen* デアルト假定スル</u>!!!

(III) <u>$\mathfrak{D}$ ノ $\mathfrak{k}$ ニ對スル次数ハ D ノ K ニ対スルソレ、即チ n ニ等シイ</u>。何トナラバ (II) ニヨリ D ハ K ニ對シテ n 次ノ不分岐体 W ヲ含ムノダカラ、ソノ剰餘類体 $\mathfrak{W}$ ハ $\mathfrak{k}$ ニ對シテ n 次、故ニ $\mathfrak{D}/\mathfrak{k}$ ノ次数ハ少クモ n 次デアル、シカモ $\mathfrak{D}/\mathfrak{k}$ ノ次数ガ実際 n ヨリ大ナラバ, $\mathfrak{D}$ ハ $\mathfrak{k}$ ニ對シテ n ヨリ大ナル次数ノ部分体(可換) $\mathfrak{L}$ ヲフクム。
$\mathfrak{L}=\mathfrak{k}(A)$ トスル、A ナル類ノ代表元 α ヲトリ $K(\alpha)$ ヲ作リソノ K ニ對スル惰性体ヲ考ヘル、ソレハ K ニ對シテ次数ガ n ヨリ大ニナル、ソレハ D ガ n 次ヨリ大ナル部分体ヲ含ムコトニナリ矛盾デアル。ヨッテ証明オハリ。

今 $\mathfrak{D}$ ノ $\mathfrak{Z}$ ニ對スル次数ヲ m トスル. $(\mathfrak{D}:\mathfrak{Z})=m^2$. $(\mathfrak{Z}:\mathfrak{k})m=n$. 故ニ $re=n^2=m^2(\mathfrak{Z}:\mathfrak{k})^2$. 且ツ $r=(\mathfrak{D}:\mathfrak{k})=m^2(\mathfrak{Z}:\mathfrak{k})$. 故ニ $e=(\mathfrak{D}:\mathfrak{Z})$.
$\frac{r}{e}=m^2$ デアル。

(IV) <u>$e=(\mathfrak{Z}:\mathfrak{k})$ デアリ、$\frac{r}{e}$ ハ m^2、即チ自乗数</u>

デアル。

—— 未 完 ——