

445. 距離付ケラレタ環ニツイテ

吉田耕作(阪大)

Einheit E 有スル Ring R が complex numbers
 ヲ Operatorbereich トシ且ツ R 1 element = 次, 條件
 ヲ 満足スル 絶対値:

$$(1) \begin{cases} |A+B| \leq |A|+|B|, & |A|=0 \text{ ト } A=0 \text{ トハ同値,} \\ |AB| \leq |A||B| \\ |aA| = |a||A| & (\text{小文字ハ complex numbers}) \end{cases}$$

ガ 定義 サレタルトキ R ヲ metrical Ring ト呼ブ。特ニ R ガ
距離 $(A,B)=|A-B|$ ノ意味ヲ complete + 且ツ R ヲ metrical
 complete ring ト呼ブ。

Complex Banach Space \mathcal{L} , bounded linear Operator 全体ハ絶対値

$$\|A\| = \text{O.G.} \frac{|Ax|}{|x|}, \quad x \in \mathcal{L}$$

= ヨツテ \mathcal{L} / metrical complete Ring ヲ作ルコトハ
嘗ツテ述ベタ。

逆 = metrical ring R が與ヘラレタトスル。 R /
element, Fundamental Folge $\{A_i\}$ ヲ element ト
スル空間 \bar{R} ヲ考ヘル。且シ $\{A_i\} = \bar{A}$, $\{B_i\} = \bar{B}$ ハ $|A_i - B_i| \rightarrow 0$
ノトキコノトキ = 限ツテ $\bar{A} = \bar{B}$ トスル。然ラバ

$$\begin{cases} \text{絶対値 } |\bar{A}| = \lim |A_i| \\ \text{和 } \bar{A} + \bar{B} = \{A_i + B_i\}, \text{ 積 } \bar{A}\bar{B} = \{A_i B_i\} \\ \text{スカラ一積 } a\bar{A} = \{aA_i\} \end{cases}$$

= ヨツテ \bar{R} が metrical complete ring + コトガスグヲ
カル。(\bar{R} / Einheit $\bar{E}' = \{E\}$, Zero $\bar{O}' = \{0\}$.)

\bar{R} ハ明カ = Complex Banach Space ヲ作ル。

$\bar{A}' = \{A\}$, $A \in R$ + ル如キ \bar{R} / element ハ \bar{R} / bounded
linear Operator ヲ作リ且ツ

$$c|A| \leq \|\bar{A}'\| \leq d|A|; \quad c, d > 0.$$

ナル如キ定数 c, d ガアル。何者

$$\|\bar{A}'\| = \text{O.G.}_{\bar{B} \in \bar{R}} \frac{|\bar{A}' \bar{B}|}{|\bar{B}|} \leq |\bar{A}'| = |A|$$

$$\|\bar{A}'\| = \text{O.G.}_{\bar{B} \in \bar{R}} \frac{|\bar{A}' \bar{B}|}{|\bar{B}|} \geq \frac{|\bar{A}' \bar{E}'|}{|\bar{E}'|} = \frac{|\bar{A}'|}{|\bar{E}'|} = \frac{|A|}{|E|}$$

カラスグワカウ。

斯クテ *metrical ring* ハ 實ハ 或 *Complex Banach Space* , *b. l. O.* , 作ル *metrical complete ring* = *isomorphic* = 且 *proportionally isometric* = *einbetten*
出来ルコトガワカツタ。