

457. diskret + 賦値ヲ完体+体ノ上ノ多元体

(特 = 懐性多元体ノ存在証明) III

中山 正 (阪大)

D ノ核心ガ K ナルトキノ証明ハ済ンダ (コレガ大事ノ場合ガツタワケデスガ) カラ, 次ニ一般ノソウデナイ場合ニツキ証明スル、ソノタメ

(VII) K ノ剰餘体 \mathcal{K} ノ上ニアル多元体 \mathcal{D} ガ興ヘラレテキルトスル、シカラバ \mathcal{D} ヲ剰餘多元体ニモツ K ノ上ノ不尠岐ナ多元体 D ガ存在スル、シカモ一意的ニ (同型ノ意味ヲ) キマル、

\mathcal{D} ガ可換体ノトキニハヨク知ラレテキル、ヨツテ \mathcal{D} ノ核心ガ \mathcal{K} ノトキニツキ証明スレバヨイコトガ容易ニワカル。
 \mathcal{D} ノ最大部分体ノレツ \mathcal{L} ヲトル、 $\mathcal{L} = \mathcal{O}_{\mathcal{K}}(\mathcal{D})$ ノ因子團ヲ $\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}\}$ トスル、(ココ = \mathcal{L}/\mathcal{K} ハガリア拡大トハカヤヲ又ノダカラシ申一め、ぶらうめノ因子團ヲ考ヘルゴトニスル、モシソレヲ欲シナイナラ \mathcal{L} ノガリア体ヲ考ヘレバヨイノダガ、一度多元体デナイ環、整数論ヲ考ヘナケレバナラヌ)、
 \mathcal{L} ヲ剰餘体ニモツ K ノ不尠岐拡大 L ヲトル、 L ノ因子團 \mathcal{A} カラ L ノソレニツルノハ最近 *Jött. Nachr.* (Neue

Folge, Bd. I, Nr 10, (1936) , O. Teichmüller , multiplikatives Repräsentantensystem / 存在 (同論文 154頁) が丁度ウマクツカヘル、ソコノ構成カラ直ガワカル
 如ク乗法的ダイヤルノミナラズ、同置換 (L/K ノガろあ体
 ノ) = 對シテ \in zulässig デアル。 $\alpha_{A,B,C}$ ノソノ代表ヲ
 $a_{A,B,C}$ トスル。シカラバ $\{a_{A,B,C}\}$ が因子團 = ナル (乗
 法、置換 = zulässig タカラ)。 L ノ $\{a_{A,B,C}\}$ ノ因子團
 = モツ單純環デ次数 ($L:K$) ナレモノヲ D トスル。 D ハ多元
 体 = ナリ、且ツソノ剩餘多元体ガ \mathcal{D} = ナル、ソレヲ証明スル
 =、 D ハ $(\alpha_{A,B}^{-1} \ l_{A,B})$ ナル行列ノ全体ナルコトヲ考ヘ
 ル。(タジシ $l_{A,B}$ ハ例ノ條件ヲミタス L ノ元)、コノテ
 $l_{A,B}$ ノ整 = トツタ行列全体ヲ考ヘルト、 Ordnung = ナル
 コトガワカル、シカモソノ判別式ハ Einsideal = ナル、故
 = Max-ord. デアル。

$l_{A,B}$ ガ L ノ素いでやるヲ動ケルソノ両側いでやるナル
 ガワカリ、ソレヲ法トシタ剩餘環ガ \mathcal{D} 、故 = コノ両側いでやる
 素いでやる、且ツ D ガ多元体。

コレデ存在ガ証明サレタ。

一意性ノ証明。 ニツアルトシ D, D' トスル、 D, D' ト逆同
 型ヲ多元体ヲ \bar{D}, \bar{D}' トシ、 $D \times \bar{D}, D' \times \bar{D}'$ ノ考ヘル、 \bar{D}, \bar{D}' ノ剩餘多元体
 \mathcal{D}' ハ \mathcal{D} ト逆同型デアアル、 D, \bar{D}, D', \bar{D}' ノ Max-ord. ヲ θ, θ' トス
 レバ $\theta\theta'$ ガ $D \times \bar{D}, D' \times \bar{D}'$ ノ一ツノ Max-ord. ナルコトガワカル
 (判別式ノ計算)。シカシテ $P_K \theta\theta'$ ガソノいでやる = ナリ、ソ
 ノ剩餘環ガ單純環 $\mathcal{D} \times \mathcal{D}' =$ ナル (P_K ハ K ノ Primelement)。

故 = コレが素いで \mathcal{D} 自デアル、 $\mathcal{D} \times \mathcal{D}'$ ハ *zerfallen* スル、
 コノコトカラ容易 = $\mathcal{D} \times \overline{\mathcal{D}}$, が *zerfallen* スルコトがワカ
 ル、故 = $\overline{\mathcal{D}}$, ハ \mathcal{D} ト逆同型、故 = \mathcal{D} ト \mathcal{D} , ハ同型ナリ。

(VII) \mathcal{D} ヲ K ノ上ノ多元体トスル。(核心が K デナクテ
 ヨイ)、惰性多元体が存在スル。

\mathcal{D} ノ核心ヲ K_0 トスル、 K_0/K ノ惰性体ヲ K_1 トスル、
 今 K_1 ノ上ニ \mathcal{D}' ヲ剰餘多元体 = モツ不分歧ナ多元体 T ヲ
 ツクル ((VII) = ヨル)、シカシテ K_1 = 關スル直積 $T \times K_0 = T'$
 ヲ考ヘル、 T' が多元体デ、且ツ K_0 = 對シ不分歧、且ツソノ剰
 餘多元体が \mathcal{D}' ナルコトハセハリ容易 = ワカル、シカル =
 \mathcal{D}/K_0 ノ惰性多元体 T_0 ノ存在ハスデ = 知ツテキル、VII ノ
 一意性カラ $T_0 \cong T'$ ナレヲ知ル、ヨツテ T_0 ハ T ト同型ナ多
 元体ヲフム、ソレヲセハリ T トシテカマハヌ、コノ T が \mathcal{D}
 ノ K = 對スル惰性体ト見ラレルコトモ容易デアラウ。

コレデ K が核心デナイ場合 = モ存在ガ証明サレタ。

マタ (VII) カラ直チニ

(IX) \mathcal{D}/K ノ惰性多元体ハドレモ同型デアアルコトがワ
 カル、更 = 互 = \mathcal{D} = オケル内部同型置換デアウツレル、ソレハ
 ニツノ惰性多元体 T, R ノ同型對應ハ ((VII)) ノ証明ノ記号
 ヲツカツテ) T_0, R_0 ノソレニマデ延長出來ル、ソノ際 K_0 ノ
 元ハ不変トスル、後者ハ \mathcal{D} ノ内部同型置換デアコサレル。証
 明了リ。