485. Kompaktum ノ Überdeckung ノ問題

小松　醇郎（阪大）

Komplex ノ Überdeckung ハ K. Reidemeister ガ定義シタ（Crelle Jour. 1935）。之レヲ Kompaktum ノ場合ニ定義スル。

(1) Kompaktum R ノ Überdeckungsfolge.

$$\mathfrak{S}_1,\ \mathfrak{S}_2,\ \cdots\cdots,\ \mathfrak{S}_n,\ \cdots\cdots$$

及ビソノ Nervenfolge

$$N_1,\ N_2,\ \cdots\cdots,\ N_n,\ \cdots\cdots$$

ヲ P. Alexandroff ノ形式デ採ル。R ノ dimension n ナラバ N_i ノ dimension n.

先ヅ discrete ナ abelsche gruppe $\mathfrak{G}$ ヲ Koordinatengruppe ニトル。N_1 ノ Überdeckung $\mathfrak{U}_1$ ヲ Inzidenzmatrizen デ定メル。N_2 ノ Überdeckung ハ次ノ如ク一意ニ定メル。

N_2 ノ ${}_2\varepsilon^k_{ij}({}_2a^k_i,\ {}_2a^{k-1}_j)$ ガ $\varphi^2_1(N_2)\subset N_1$ ナル Simpliziale Abbildung デ ${}_1\varepsilon^m_{ij}({}_1a^m_i,\ {}_1a^n_j)$ ニ移ツタトスレバ

$${}_2\gamma^k_{ij} = {}_2\varepsilon^k_{ij}\ {}_1\varepsilon^m_{ij}\ {}_1\gamma^m_{ij},$$

茲ニ $\varepsilon=\pm 1$ 及ビ γ ハ $\mathfrak{G}$ ノ Automorphismus デアル。$a^m_i = a^n_j$ ナラバ ${}_1\varepsilon^m_{ij}\,\gamma^m_{ij}$ = Identität der Automorphismengruppe von G トスル。

U_2 ガ定マレバ U_3 ハ同様ニ U_2 ノ Inzidenzmatrizen カラ定マル。之レハ又 U_1 ノ Inzidenzmatrizen カラ直接 $\varphi_1^3(N_3) \subset N_1$ ニ依ッテ作ルノト kongruent デアル。ソレハ

$$\varphi_1^3(N_3) \equiv \varphi_1^2 \varphi_2^3(N_3).$$

$$_3\varepsilon_{ij}^{l}({}_3a_i^{l}, {}_3a_j^{l-1}) \xrightarrow{\varphi_2^3} {}_2\varepsilon_{ij}^{k}({}_2a_i^{k}, {}_2a_j^{k'}) \xrightarrow{\varphi_1^2} {}_1\varepsilon_{ij}^{m}({}_1a_i^{n}, {}_1a_j^{n})$$

トスレバ一方デハ

$$_3\gamma_{ij}^{l} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_1\varepsilon_{ij}^{m} \; {}_1\gamma_{ij}^{m}$$

他方デハ

$$_3\gamma_{ij}^{l} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_2\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_2\gamma_{ij}^{k} = {}_3\varepsilon_{ij}^{l} \; {}_2\varepsilon_{ij}^{k} ({}_2\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_1\varepsilon_{ij}^{m} \; {}_1\gamma_{ij}^{m})$$

トナルカラ

以上ヨリ U_1 ヲ定メレバ Komplexenfolge

$$U_1, U_2, \cdots\cdots, U_n, \cdots\cdots$$

ガ一意ニ定マル。且ツ之レ等ニハ又 inverse Homomorphismenfolge ガ考ヘラレル。即チ N_i ノ Homomorphismus φ デ

$$\varphi_n^m({}_n a_i^{k}) = {}_n a_j^{k'}$$

トスレバ $x_m a_i^{k} \longrightarrow x_n a_j^{k'}$ ト對應サセル。$x \in G$.

simpliziale Abbildung ナルコトハ

$({}_m a_i^k : {}_m a_j^{k-1})$ Inzident デアルトスレバ對應スル ${}_n a_i^{k'}$, ${}_n a_j^{k''}$ ハ Inzident (identische モ含メテ),

且ツ $\quad {}_m\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_m\gamma_{ij}^{k} = {}_n\varepsilon_{ij}^{k'} \; {}_n\gamma_{ij}^{k'}$ ナル條件ヨリ

$$x_m a_i^k \text{ ト } {}_m\varepsilon_{ij}^{k} \; {}_m\gamma_{ij}^{k} \, x \text{ ト Inzident ナラ}$$

$$x_n a_j^{k'} \text{ ト } {}_n\varepsilon_{ij}^{k'} \; {}_n\gamma_{ij}^{k'} \, x \text{ ト Inzident.}$$

此ノ Komplexenfolge ガ定マル Limesraum ヲ Kompaktum R ノ Überdeckung $\mathfrak{U}$ ト定義スル。

R ト $\mathfrak{U}$ ト, dimension 一致スルコトハ Frendenthal ノ結果ヨリ明カ. 即チ $\mathfrak{U}_i$ ハ n 次元デソノ Simpliziale Abbildung $\mathcal{G}_n^m$ ハ "irreduzible" (Frendenthal, Proc. de l' Acad. Roy. d' Amsterdam 1935) デアルカラ.

N_i ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_i$ トハレバ $\mathcal{G}_n^m$ = ヨリ夫々ノ間ノ Homomorphe Abbildung

$$\mathcal{G}_n^m(\mathfrak{F}_m) \subset \mathfrak{F}_n,$$

$$\mathfrak{F}_1 \leftarrow \mathfrak{F}_2 \leftarrow \mathfrak{F}_3 \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow \mathfrak{F}_n \leftarrow \cdots\cdots$$

ヲ得ル。コノ Limesgruppe ガ R ノ Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}$.

$\mathfrak{U}_i$ = Fundamentalgruppe $\mathfrak{F}_i$ ノ Darstellung ガ對應スル. $\mathfrak{G}$ ノ Automorphism γ ノ作ル Gruppe f_i ガ homomorph =對應スル、且ツ $f_n \leftarrow f_m$ ヲ併セテ

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{F}_n & \longleftarrow & \mathfrak{F}_m \\ \downarrow & & \downarrow \\ f_n & \longleftarrow & f_m \end{array}$$

ナル Schema デ $\mathfrak{F}_m \to f_n$ ナル Homomorphismus ハ何レノ道ヲトルモ äquivalent ニナル。

即チ $f_1 \leftarrow f_2 \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow f_n \leftarrow \cdots\cdots$

ガ作ル Limesgruppe f ハ $\mathfrak{F}$ ノ Homomorphes Bild デアル。

(Frendenthal: Hopfsche Gruppe, Compositio Bd. 2).

Homologiegruppe ハ $\mathfrak{U}_i$ ノソレヲ $\mathfrak{L}_i^r$ トスレバ

$$\mathfrak{L}_1^r \leftarrow \mathfrak{L}_2^r \leftarrow \cdots\cdots \leftarrow \mathfrak{L}_n^r \leftarrow \cdots\cdots$$

此ノ Limesgruppe $\mathfrak{L}$ デアルトスル。之レガ元ノ R ノ topologische Invariant ナルコトハ二ツノ Überdeckungsfolge

$$\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \cdots\cdots, \mathfrak{S}_n, \cdots\cdots$$

$$\mathfrak{S}_1', \mathfrak{S}_2', \cdots\cdots, \mathfrak{S}_n', \cdots\cdots$$

ニ對シ $\mathfrak{S}_1$ ト $\mathfrak{S}_1'$ トノ "Durchschnig überdeckung" ヲ $\mathfrak{S}_1''$ ニトリ 以下之レヲ続ケテ第三ノ folge

$$\mathfrak{S}_1'', \mathfrak{S}_2'', (\cdots\cdots, \mathfrak{S}_n'', \cdots\cdots$$

之レガ又 R ヲ erzengen スル Nervenfolge

$$N_1'', N_2'', \cdots\cdots, N_n'', \cdots\cdots$$

ヲ與ヘル。従ッテ Überdeckung $\mathfrak{U}_i$ モ各 $\mathfrak{S}_i', \mathfrak{S}_i''$ ニツキ作レバ等シイ $\mathfrak{U}$ ヲ作ル。Homologiegruppe $\mathfrak{L}$ ハ $\mathfrak{U}$ ノ

Homologiegruppe デアルカラ両者デ等シ。

— 以上 —