486. topological group ノ連續表現

吉田　耕作（阪大）

$\mathfrak{G}$ ヲ locally compact 且ツ connected ナ topological group, $\mathfrak{D}$ ヲ距離付ケラレタ環 R ニ横ハル群ニシテ且ツ $\mathfrak{D}$ ガ $\mathfrak{G}$ ノ連續表現ニナツテヲルトスル。然ラバ（談話 456 參照）$\mathfrak{D}$ ハ finite base ヲ有スル infinitesimal operators $\mathfrak{T}$ ニヨツテ erzeugen サレル。尚 $\mathfrak{G}$ ガ Lie 群ノトキハ $\mathfrak{T}$ ガ Lie-ring ノ性質ヲ有スルコトモ証明デキル（$\mathfrak{G}$ ノ commutator ニ $\mathfrak{D}$ ノ commutator ノ對應スルコトニ注意シテ先ニ $\mathfrak{T}$ ガ linear space ヲ作ルコトヲ示シタト同樣ニ議論スレバヨイ）然シ先ニ（本紙談話 383）ニ定義シタ如キ "Lie group" ニハ必ズシモナラヌコトヲ例ヲ以テ示シタ（談話 446）。

$\mathfrak{D}$ ガ "Lie group" ニナルタメノ必要且ツ十分ナ條件ハ $\mathfrak{D}$ ガ locally compact ナコトデアル（本紙談話 337 參照）カラ

$\mathfrak{D}$ ガ "Lie group" ナルタメノ必要條件ハ mapping $\mathfrak{G} \to \mathfrak{D}$ ガ Gebietstreu（open set ガ open set ニ行ク）ナルコトデアルコトガ証明デキル。

証明. $\mathfrak{D}$ ハ $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ ($\mathfrak{N}$ ハ $\mathfrak{G}$ ノアル closed invariant Subgroup) = stetig isomorph = ナル。コヽニ $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ ノ topology ハ $\mathfrak{G} \to \mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ ナル mapping ニヨリ $\mathfrak{G}$ ノ open set ノ Bild トナルモノヲ $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ ノ open set ト名ヅケルコトニヨリ定メル。然ラバ $\mathfrak{G} \longrightarrow \mathfrak{D}$ ト $\mathfrak{G}/\mathfrak{N} \longrightarrow \mathfrak{D}$ トハ同時ニ Gebietstreu トナルカラ $\mathfrak{G} \longrightarrow \mathfrak{D}$ ガ stetig isomorph ナ mapping ノトキノミヲ考ヘルトヨイ。

$\mathfrak{D}$ ハ $\mathfrak{R}$ ニ einbetten シテアルカラ (談話 383 ニヨリ) arbitrarily small cyclic subgroup ヲ含マズ、從ッテ $\mathfrak{G}$ モ同樣。故ニ角谷, 小松兩氏ノ結果ニヨリ local compact ナ $\mathfrak{G}$ ハ set Abzählbarkeits-axiom (談話 346) ヲ滿足シ從ッテ角谷氏ノ定理ニヨリ $\mathfrak{G}$ ハ metrisable (談話 356)

次ニ $\mathfrak{G}$ ノ compact ナ Umgebung $\mathfrak{U}(e)$ ヲトルト, $\overline{\mathfrak{U}}(e)$ ハ compact metrische ダカラ $\overline{\mathfrak{U}}(e)$ ニ於テ abzählbar überalldicht ナ $a_1, a_2, \cdots\cdots$ ヲトルコトガ出來ル。$a_1, a_2, \cdots\cdots$ ニヨッテ erzeugen サレル $\mathfrak{G}$ ノ subgroup ハ $\mathfrak{G}$ ガ connected ト云フコトカラ (Schreier ノ定理ニヨリ) $\mathfrak{G}$ ニ於イテ überall dicht. 從ッテ $\mathfrak{G}$ ハ separable ニナル。

依ッテ H. Freudenthal 結果 (Ann. of Math. 1936) ヲ使ヘバ $\mathfrak{D}$ ガ locall compact ナタメノ必

充條件ハ $\mathfrak{G} \longrightarrow \mathfrak{D}$ ナル mapping ガ Gebietstreu ナルコトヲ得ル。