516. 円，球ノ幾何

松 村　宗 治（台北大）

(I) 東北数誌第三十四巻第百九十五頁ニ於ケル拙著論

又 § IV ヲ一般ニシテ次ノ様ニ考ヘラレル。

R_2 ニ於ケル円系

$$\mathfrak{z}^{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{2n}\,\beta_1\beta_2\cdots\beta_{2n}}=p^{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{2n}}\,\xi^{\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_{2n}}+q^{\beta_1\beta_2\cdots\beta_{2n}}\,\mathfrak{y}^{\beta_1\beta_2\cdots\beta_{2n}},$$

$$\left[\begin{array}{l}\alpha_1,\cdots\cdots,\alpha_{2n},\\ \qquad\beta_1,\cdots\beta_{2n}=\mathrm{I},\mathrm{II}\end{array}\right]$$

ヲ考ヘル、コヽニ $p^{\alpha_1\cdots\cdots}$, $q^{\beta_1\cdots\cdots}$ ハ skalaren Grössen デアル。

ツマリ

$$\mathfrak{z}^{\alpha\beta}=p^{\alpha}\xi^{\alpha}+q^{\beta}\mathfrak{y}^{\beta}\qquad[\alpha,\beta=\mathrm{I},\mathrm{II}]$$

ヲ上ノヤウニ一般ニシテ考ヘルノデアル、ソースルト矢張リソコデ述ベタト同様ナル拙論ガ成立ツト思フ。

(II) R_2 内ニ二円 $\mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ ヲ考ヘ、其等ノ交点ヲ通ル $\mathfrak{x}$ 円ヲ考ヘルト

(1) $\mathfrak{x}=\lambda\mathfrak{y}+\mu\mathfrak{z}$

トスルコトガ出来ル。λ, μ ハ Parameter デアル、

(1) カラ

(2) $(\mathfrak{x}\mathfrak{y})=\mathrm{const.}\,\lambda+\mu(\mathfrak{y}\mathfrak{z})$,

(3) $(\mathfrak{x}\mathfrak{z})=\lambda(\mathfrak{y}\mathfrak{z})+\mathrm{const.}\,\mu$

ヲ得。

(1), (2), (3) カラ λ, μ ヲ消去シ

(4) $$\mathrm{const.}\,\mathfrak{x}[\mathrm{const}-\cos^2\phi]+\mathfrak{y}[\cos\phi\cos\varphi-\mathrm{const.}\cos\psi]+\mathfrak{z}[\cos\psi\cos\phi-\mathrm{const.}\cos\varphi]=0$$

但シ

$$\phi = \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{z}},\quad \vartheta = \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{z}},\quad \psi = \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{y}}$$

デアル。

尚 $\mathfrak{x}$ ハ一ツノ *Parameter* t ノ函數トシ (1) ノ代リニ

(5) $\mathfrak{y} = \lambda\mathfrak{x} + \mu\dot{\mathfrak{x}}$

ヲトリ $(\mathfrak{y}\mathfrak{x})$, $(\mathfrak{y}\dot{\mathfrak{x}})$ ヲツクリ、以上ト同樣ノコトヲ行ヘバ

$$\mathfrak{y} = \cos\psi\cdot\mathfrak{x} + \frac{(\mathfrak{y}\dot{\mathfrak{x}})}{(\dot{\mathfrak{x}}\dot{\mathfrak{x}})}\dot{\mathfrak{x}}$$

ガ得ラレル。

以上 (I), (II) ハ共ニ R_3 内ノ球ニツイテモイヘル所ノ小注意デアル。(II) ハヨク非ユークリッド幾何ノ研究ニ用ヒラルル法式デアル。

(III) 前ニ自分ハ $\mathfrak{x}_{uv} + \frac{\sigma}{\lambda}\mathfrak{x}_u + \frac{1}{\lambda}\mathfrak{x}_v = 0$ ナル微分方程式ヲ考ヘタコトガアルガ，今

$$\mathfrak{y} = \mathfrak{x}_{uv} + \frac{\sigma}{\lambda}\mathfrak{x}_u + \frac{1}{\lambda}\mathfrak{x}_v$$

トオイテ $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ ナル表面ヲ考ヘルコトニスル。σ, λ ハソノトキ用ヒタモノデ $\mathfrak{x}$ ヨリ計算サルルモノデアル。此ノ時 $(\mathfrak{x}\mathfrak{y})$ ヲツクリ、ソレヨリ $\mathfrak{z}(u, v)$ ガ球ナラバ $\mathfrak{y}(u, v)$ ハ $\mathfrak{z}(u, v)$ ニ垂直デアルコトガ分ル。

尚亦 $\mathfrak{x}$ ノ *Laplace transform*

$$\mathfrak{x}_1 = \mathfrak{x} + \frac{\lambda}{\sigma}\mathfrak{x}_v$$

ヲツクリ、ソレヨリ（$\mathfrak{y}\mathfrak{x}_1$）ヲツクリテ $\mathfrak{y}(u,v)$, $\mathfrak{x}_1(u,v)$ ノ間ニ

$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{x}_1} = \frac{\lambda G_u + 2F}{2\sigma}$$

ガ成リ立ツコトガ分ル、コノ右辺ハ $\mathfrak{x}(u,v)$ ノ第一基本量ヨリ計算出来ル。同様ニシテ Laplace transform

$$\mathfrak{x}_{-1} = \mathfrak{x} + \lambda \mathfrak{x}_u$$

ヨリ

$$\cos \widehat{\mathfrak{x}_{-1}\mathfrak{z}} = 1 + \lambda^2 E + \lambda \mu F$$

ガ得ラル。

（IV） R_2 内ノ円 $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$ ガ與ヘラレルモノトシ

$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{z}\mathfrak{X}}$$

ヨリ

$$(1) \quad \frac{(\mathfrak{y}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} = \pm \frac{(\mathfrak{z}\mathfrak{X})}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}}$$

ガ得ラレル。同様ニ

$$\cos^2 \widehat{\mathfrak{z}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{X}}, \quad \cos^2 \widehat{\mathfrak{x}\mathfrak{X}} = \cos^2 \widehat{\mathfrak{y}\mathfrak{X}}$$

ヲツクリ、依ッテ得ル式ト(1)トヲ用ヒ此等ノ関係ヲ充タス六個ノ円 $\mathfrak{X}$ ハ点

$$\frac{\mathfrak{x}}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}} \pm \frac{\mathfrak{y}}{\sqrt{(\mathfrak{y}\mathfrak{y})}} \pm \frac{\mathfrak{z}}{\sqrt{(\mathfrak{z}\mathfrak{z})}}$$

ヲ通ルコトガ分ル、コレ及ビ下ノモノハ (III) ニ類スル考究デアル。

（V） 円 $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}$; $\mathfrak{x}', \mathfrak{y}', \mathfrak{z}'$ ヲ下ノ様ニ考ヘル。

$$\mathfrak{x} = \lambda \mathfrak{y} + \mu \mathfrak{z},$$
$$\mathfrak{x}' = \lambda' \mathfrak{y}' + \mu' \mathfrak{z}' \qquad (\lambda, \mu, \lambda', \mu' \text{ハ媒介変數})$$

而シテ $\mathfrak{x}, \mathfrak{x}'$ ノ角ヲ θ トシ

$$\cos\theta = \frac{(\mathfrak{x}\mathfrak{x}')}{\sqrt{(\mathfrak{x}\mathfrak{x})}\sqrt{(\mathfrak{x}'\mathfrak{x}')}}$$

ヲ求メ此ノ右ニ上式ヲ代入シ尚、$\mathfrak{x}$ ト $\mathfrak{z}$；$\mathfrak{x}'$ ト $\mathfrak{z}$ ハ垂直トシ且ツ $\mathfrak{y}$ ト $\mathfrak{y}'$ 及ビ $\mathfrak{y}'$ ト $\mathfrak{z}$ モ垂直トセバ $\theta = \frac{\pi}{2}$ トナルコトガ分ル。