531. 円，球ノ幾何ト卵形線ノ幾何トニツイテ

松村宗治（台北大）

(I) 尚円系表面ノ吾等ノ基本量ノ應用トシテ次ノヤウニ考ヘラレル。

イツモノ記号ヲ用ヒテ円系表面ニテ *lines of curvature* ヲ $t=$ const.，$\tau=$ const. ニトル．而シテ *conjugate direction* ガ $\tau=$ const. ヘノ切線トナス角ヲ θ, θ' トセバ

$$(1)\quad \tan\theta=\sqrt{\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}}\,\frac{d\tau}{dt},\quad \tan\theta'=\sqrt{\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}}\,\frac{\delta\tau}{\delta t}$$

デアル、而シテ

$$(2)\quad \tan\theta\tan\theta'=-\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

ガ成立ツ。コヽニ ρ_i ハ考フル円系表面ノ principal radii of normal curvature デアル。

尚亦

$$(3)\quad \tan(\theta'-\theta)=\frac{\rho_2\cot\theta+\rho_1\tan\theta}{\rho_2-\rho_1}$$

デアツテ（3）ノ右辺ヲ θ ニツイテ一度微分シテソレヲ零ニ等シテ置ケバ

$$(4)\quad \tan\theta=\pm\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

従ツテ此ノトキ（2）ヨリ

$$(5)\quad \tan\theta'=\mp\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

トナル。

此ノ式カラ $\theta'=-\theta$ トナリ

$$\tan(\theta'-\theta)=\pm\frac{2\sqrt{\rho_1\rho_2}}{\rho_2-\rho_1}$$

トナル。

ツマリ円系表面ニツイテハ上述ノヤウニシテ普通一般ニ成立ツコトヲノベラレル。（Eisenhart: Diff. Geo. p. 129 及ビ東北理科報告第十七巻第五百二十六頁ニ於ケル高須博士ノ論文参照）

（II）　東北理科報告第五巻ニ於ケル林先生ノ御著論文：On the Usual Parametric curve ヲ参照スルト次ノコトガ吾々ノ円系表面ニ於テ分ル。

$t=\text{const.}$, $\tau=\text{const.}$ ノ *geodätischen Torsion* ヲ夫々 T_τ^{-1}, T_t^{-1} デ表ハセバ今マデノ吾々ノ記号デ $T_t=-T_\tau$ ヨリ

$$(\theta_t\,\theta_\tau)=0\,.$$

ナルカ或ハ

$$L:(\theta_t\,\theta_t)=N:(\theta_\tau\,\theta_\tau)$$

ガ従フ、亦

$$T_t=T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{L}{(\theta_t\,\theta_t)},\quad \frac{M}{(\theta_t\,\theta_\tau)},\quad \frac{N}{(\theta_\tau\,\theta_\tau)}$$

ガ *arithmetische Progression* ヲナスコトガ従フ。（東北理科報告第十七巻第五百三十三頁，第五百三十八頁ニ於ケル高須博士ノ論文参照）

尚亦 $\rho_t:T_t=-\rho_\tau:T_\tau$ ヨリ

$$M=0$$

或ハ

$$(\theta_t\,\theta_t):L=(\theta_\tau\,\theta_\tau):N$$

ガ従フ。

尚又亦

$$\rho_t:T_t=\rho_\tau:T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{(\theta_t\,\theta_t)}{L},\quad \frac{(\theta_t\,\theta_\tau)}{M},\quad \frac{(\theta_\tau\,\theta_\tau)}{N}$$

ガ arithmetische Progression ヲナスコトガ従フ。

(III) 林先生御論文 (Annals of Math. vol. 22, p. 213) ノ圖デ角ガ次ノヤウニ分ル。

今 Om ヲ r トシ TM ノ延長ヲ MA トシ T_1M_1 ノ延長ヲ M_1B トスレバ

$$\angle mMA = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle OMT = \mu,$$

$$\angle TOM = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle mOM = \frac{\pi}{2} - \mu,$$

$$\angle Omm_1 = \pi - 2\mu, \quad \angle mm_1O = \pi - 2\mu_1,$$

$$\angle mOm_1 = 2\mu + 2\mu_1, \quad \angle M_1m_1B = \mu_1,$$

$$\angle BM_1m = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T_1M_1O = \mu_1,$$

$$\angle m_1OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T_1M_1O = \mu_1,$$

$$\angle T_1OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1$$

トナル、ソコデ考ヘル卵形線ニ向ッテハ

$$r\sin^2\mu + \frac{r\sin 2\mu \cdot \sin^2\mu_1}{\sin 2\mu_1} = \mathrm{const.}$$

即チ

$$\frac{r\sin 2\mu}{2}\left[\tan\mu + \tan\mu_1\right] = \mathrm{const.}$$

ガ成立スルコトニナル。

(IV) E. K. Haviland ガ American Journ. of Math. LV, p. 332 ニ於テ論ジテイルコトヲ

$$(1)\quad \bar{h}(\phi)=\sum_{i=1}^{n} a_i h_i(\phi)$$

ニツイテモ同様ニ論ゼラレル、コヽニ a_i ハ常數デアル。

(1)ト Haviland ノ場合ノ

$$(2)\quad h(\phi)=\sum_{i=1}^{n} h_i(\phi)$$

カラ

$$(3)\quad r(\phi)=\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i h_i(\phi)}{\sum_{i=1}^{n} h_i(\phi)}=\frac{\bar{h}(\phi)}{h(\phi)}$$

ヲツクルトキハ，r ハ R.―Abstand デアツテ，r ハ明カニ bewichteten arithmetischen Mittel ニナル。

尚 (3) ノ代リニ

$$(4)\quad \frac{\int_0^{2\pi} p(t)\,a(t)\,dt}{\int_0^{2\pi} a(t)\,dt}$$

ヲ考ヘルコトモ一ツノ問題デアル。トモカク (3) 或ハ (4) ノ相ニシテ相對微分幾何ヲ考ヘル、ソシテ各ノ場合ニ S, σ, ρ, $I(\psi)$ 等（日本數學輯報 4, p. 59 ノ Süss 氏ノ記号）ヲ求メテ R.― Geometrie ヲ考究スルコトガ出來ル、多元次ノ場合モ同様デアル。

(3) ノ場合ヲ考ヘ

$$\frac{ds}{d\sigma} = \rho = \frac{\sum a_i \rho_i}{\sum \rho_i},$$

$$2I(\mathfrak{K}) = \oint \frac{\sum a_i \rho_i}{\sum \rho_i} \frac{\sum a_i h_i}{\sum h_i} d\sigma$$

デアル、而シテ R.—*Scheitel* ニ向ツテハ

$$\rho' = 0$$

デアル。