

670. 二次微分方程式ト積分方程式 トノ關係 (III)

亀田 豊治 郎 (簡易保險局)

第三節 積分方程式(B)ノ解

1. 本節ニハ積分方程式 (B) 即チ

$$u(x) = f(x) + \int_{a(c)}^x \frac{y_1(x)y_2(t) - y_2(x)y_1(t)}{y_1'(t)y_2(t) - y_2'(t)y_1(t)} G(t)u(t) dt$$

$$+ \int_{a(c)}^b \left\{ y_1(x)\alpha(t) + y_2(x)\beta(t) \right\} u(t) dt \dots\dots (B)$$

ヲ解ク。

(B) = 於テ x ノ代リ = ξ ト書ケル

$$u(\xi) = f(\xi) + \int_{a(c)}^{\xi} K(\xi, t) G(t) u(t) dt + \int_{a(c)}^b \left\{ y_1(\xi)\alpha(t) \right.$$

$$\left. + y_2(\xi)\beta(t) \right\} u(t) dt \dots\dots\dots (1)$$

今 (1) = 有限解ガアルモノト假定シテ, (1) ノ兩辺 = $\bar{K}(x, \xi) G(\xi)$
ヲ乘シ積分スルル

$$\int_{a(c)}^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) u(\xi) d\xi = \int_{a(c)}^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) f(\xi) d\xi$$

$$\begin{aligned}
& + \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) d\xi \int_a^{\xi} K(\xi, t) G(t) u(t) dt \\
& + \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) d\xi \int_a^{(c)} \gamma_1(\xi) \alpha(t) u(t) dt \\
& + \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) d\xi \int_a^{(c)} \gamma_2(\xi) \beta(t) u(t) dt \dots (2)
\end{aligned}$$

然ル = 第二節ノ(3)式及基本定理 = 依レバ (以下ノ式 = 積分
記号 = 附スベキ(c)ヲ省略スル)

$$\begin{aligned}
& \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) u(\xi) d\xi \int_a^{\xi} K(\xi, t) G(t) u(t) dt \\
& = \int_a^x u(t) G(t) dt \int_t^x \bar{K}(\xi, t) K(\xi, t) G(\xi) d\xi \\
& = \int_a^x u(t) G(t) \{ \bar{K}(x, t) - K(x, t) \} dt
\end{aligned}$$

今之ヲ(2)式ノ右辺第一項 = 代入スレバ(2)式ハ

$$\begin{aligned}
& \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) u(t) dt = \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) f(t) dt \\
& + \int_a^x u(t) G(t) \{ \bar{K}(x, t) - K(x, t) \} dt \\
& + \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) \gamma_1(\xi) d\xi \int_a^b \alpha(t) u(t) dt \\
& + \int_a^x \bar{K}(x, \xi) G(\xi) \gamma_2(\xi) d\xi \int_a^b \beta(t) u(t) dt \dots (3)
\end{aligned}$$

トナル。一般ノ用例 = 従ヒ

$$\int_a^b \alpha(t) u(t) dt = (\alpha u)$$

$$\int_a^b \beta(t) u(t) dt = (\beta u)$$

ト書き變化スレバ, (3) ハ次ノ如クナル。

$$\int_a^x K(x, t) G(t) u(t) dt = \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) f(t) dt$$

$$+ (\alpha u) \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) y_1(t) dt$$

$$+ (\beta u) \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) y_2(t) dt$$

之ヲ (B) 式ノ右辺ニ代入スレバ

$$u(x) = f(x) + \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) f(t) dt$$

$$+ (\alpha u) \left\{ y_1(x) + \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) y_1(t) dt \right\}$$

$$+ (\beta u) \left\{ y_2(x) + \int_a^x \bar{K}(x, t) G(t) y_2(t) dt \right\} \dots\dots (4)$$

故ニ (B) ノ有限解ハ (4) ヲ満足セネバナラナイ。逆ニ (4) ノ
 x ノ代リニ ξ ト書き, $K(x, \xi)$ ヲ乘ジテ積分スレバ, (4) ノ
 有限解ハ (B) ヲ満足スルコトヲ証明シ得ル。即チ積分方程式
 (B) ハ容易ニ解キ得ベキ方程式 (4) ニ帰セラレタ。今之ヲ定
 理ヲ表ハセバ

定理4. 積分方程式 (B) 即チ

$$u(x) = f(x) + \int_a^{(c)} K(x, t) G(t) u(t) dt \\ + y_1(x) (\alpha u) + y_2(x) (\beta u)$$

ハ其ノ有限解 = 関シ積分方程式

$$u(x) = \Gamma(f) + \Gamma(y_1)(\alpha u) + \Gamma(y_2)(\beta u)$$

ト等値ナル。但シ

$$(\alpha u) = \int_a^{(c)} \alpha(t) u(t) dt,$$

$$(\beta u) = \int_a^{(c)} \beta(t) u(t) dt,$$

$$\Gamma(f) = f(x) + \int_a^{(c)} \bar{K}(x, t) G(t) f(t) dt,$$

$$\Gamma(y_i) = y_i(x) + \int_a^{(c)} \bar{K}(x, t) G(t) y_i(t) dt \quad i=1,2$$

ナル。而シテ本定理ノ成立スルタメ = 充分ナル條件ハ

- 1) “C上ノ條件”ガ満足サレルコト。
- 2) $\alpha(x)$ 及 $\beta(x)$ ハ何レモC上ノ區域 (a, b) = 於テ ∞ トナライ函数ナルコト。

ナル。

2. 定理4 = 於テ得タ新シキ積分方程式ハ次ノ形ナル。

但シF, w_1 , w_2 ハ既知ノ函数ナル。

$$u(x) = F(x) + w_1(x) \int_a^b \alpha(t) u(t) dt \\ + w_2(x) \int_a^b \beta(t) u(t) dt \dots \dots \dots (5)$$

今之ヲ解ク = (5)ノ兩邊 = 夫々 $\alpha(x)$ 及ビ $\beta(x)$ = 乘ジテ a カラ b ヲ積ムスレバ

$$(\alpha u) = (\alpha F) + (\alpha w_1)(\alpha u) + (\alpha w_2)(\beta u) \quad (6)$$

$$(\beta u) = (\beta F) + (\beta w_1)(\alpha u) + (\beta w_2)(\beta u) \quad (7)$$

(5), (6), (7)ヲ書キ直セバ

$$u - w_1(\alpha u) - w_2(\beta u) = F \quad (5')$$

$$\{(\alpha w_1) - 1\}(\alpha u) + (\alpha w_2)(\beta u) = -(\alpha F) \quad (6')$$

$$(\beta w_1)(\alpha u) + \{(\beta w_2) - 1\}(\beta u) = -(\beta F) \quad (7')$$

之レ等ハ $u, (\alpha u), (\beta u)$ ナルニ未知數, 一次方程式デア
ルカラ

$$\begin{vmatrix} (\alpha w_1) - 1 & (\alpha w_2) \\ (\beta w_1) & (\beta w_2) - 1 \end{vmatrix} = D$$

ナル常數カ零デナイナラバ常 = 唯一ツノ解ヲ有スル。而シテ

(5)ノ解ハ $F(x), w_1(x), w_2(x)$ ノ一次式デアル。

$D = 0$ ノ場合ハ種々ノ區別ガアル。今コレ等ヲ細説ス
ルニ

$D = 0$ デ D ノ *Minor* が全部零 = 等シキトキハ

$(\alpha F) = (\beta F) = 0$ デナイト解ハナシ。而シテ此ノ條件ガ
成立ツトキハ

$$u(x) = F(x) + C_1 w_1(x) + C_2 w_2(x)$$

ハ(5)ノ解デアル。但シ C_1, C_2 ハ任意ノ常數デアル。

次ニ $D = (\alpha w_1) + 1$ ナラバ

$$(\alpha u) = -\frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1) - 1}(\beta u) - \frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1) - 1}$$

⇒ (5') = A' 入スレバ

$$u(x) = F(x) + C_1 \left\{ w_2(x) - \frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1) - 1} w_1(x) \right\} \\ - \frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1) - 1} w_1(x)$$

ハ (5) ノ解デアリ。但シ C_1 ハ 任意ノ常數デアリ。

其ノ他ノ minor が零デナイ場合ニ同様ニ解ハ一ツノ任意常數ヲ含ム F, w_1, w_2 ノ一次式トナル。此等ヲ定理ヲ表ハセバ

定理5 積分方程式

$$u(x) = F(x) + \int_a^b \{ w_1(x) \alpha(t) + w_2(x) \beta(t) \} u(t) dt$$

ノ解ノ有無及ビ其ノ形ハ次ノ如ク區別シ得ル。

$$a) D = (\alpha w_1)(\beta w_2) - (\alpha w_2)(\beta w_1) \\ - \{ (\alpha w_1) + (\beta w_2) \} + 1 = 0$$

ナル場合ニハ解ハ次ノ一ツニ限ル。

$$u(x) = F(x) + \frac{(\beta F)(\alpha w_2) - (\alpha F)(\beta w_2) + (\alpha F)}{D} w_1(x) \\ + \frac{(\alpha F)(\beta w_1) - (\beta F)(\alpha w_1) + (\beta F)}{D} w_2(x)$$

$$b) D = 0, (\alpha w_1) - 1 = (\alpha w_2) = (\beta w_1) \\ = (\beta w_2) - 1 = 0$$

ノ場合ニハ解ノ存在スルタメノ條件ハ

$$(\alpha F) = (\beta F) = 0$$

テアツテ之が満足サレル場合ニハ解ハ

$$u(x) = F(x) + C_1 w_1(x) + C_2 w_2(x)$$

デアール。

$$c) D=0 \Rightarrow (\alpha w_1) - 1, (\alpha w_2), (\beta w_1), (\beta w_2) - 1$$

中少クトモ一ツが零ニ等シク + 1 場合ニハ

i) 解ノ存在スル條件ハ $(\alpha w_1) - 1$ 又ハ (βw_1) が零デ
+ 1 場合ニハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha F) & (\alpha w_1) - 1 \\ (\beta F) & (\beta w_1) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{デアツテ } (\alpha w_2) \text{ 又ハ } (\beta w_2) - 1$$

が零デ + 1 場合ニハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha F) & (\alpha w_2) \\ (\beta F) & (\beta w_2) - 1 \end{vmatrix} = 0$$

デアール。

ii) 前記ノ條件が満足サレル場合ニハ解ハ

$$u(x) = F(x) + C_1 \left\{ w_2(x) - w_1(x) \frac{(\alpha w_2)}{(\alpha w_1) - 1} \right\} \\ - \frac{(\alpha F)}{(\alpha w_1) - 1} w_1(x)$$

$$u(x) = F(x) + C_1 \left\{ w_1(x) - w_2(x) \frac{(\alpha w_1) - 1}{(\alpha w_2)} \right\} \\ - \frac{(\alpha F)}{(\alpha w_2)} w_2(x)$$

$$u(x) = F(x) + C_1 \left\{ w_1(x) - w_2(x) \frac{(\beta w_1)}{(\beta w_2) - 1} \right\} \\ - \frac{(\beta F)}{(\beta w_2) - 1} w_2(x)$$

$$u(x) = F(x) + C_1 \left\{ w_2(x) - w_1(x) \frac{(\beta w_2) - 1}{(\beta w_1)} \right\} - \frac{(\beta F)}{(\beta w_1)} w_1(x)$$

ノ内各母ノ零ヲナイモ、ノ何レニテモ表ハシ得ル。

但シ C_1, C_2 ハ任意ノ常数デアル。

3. 定理4ヲ述ベテ通リ、積分方程式

$$u(x) = f(x) + \int_{a(c)}^x K(x,t) G(t) u(t) dt + \int_{a(c)}^b \left\{ \gamma_1(x) \alpha(t) + \gamma_2(x) \beta(t) \right\} u(t) dt \dots (B)$$

ハ積分方程式

$$u(x) = \Gamma(f) + \Gamma(\gamma_1)(\alpha u) + \Gamma(\gamma_2)(\beta u)$$

ト等値デアル。故ニ (B) ノ解ハ定理5ニ於テ

$$F(x) = \Gamma(f), \quad w_1(x) = \Gamma(\gamma_1), \quad w_2(x) = \Gamma(\gamma_2)$$

ト置ケバ得ラレル。但シ

$$\Gamma(f) = f(x) + \int_{a(c)}^x \bar{K}(x,t) G(t) f(t) dt$$

$$\Gamma(\gamma_i) = \gamma_i(x) + \int_{a(c)}^x \bar{K}(x,t) G(t) \gamma_i(t) dt \quad i=1,2$$

デアル。

故ニ (B) ノ解ハ $\Gamma(f)$, $\Gamma(\gamma_1)$ 及 $\Gamma(\gamma_2)$ ノ一次式ヲ表ハサレ、ソノ係數ハ

$$\int_{a(c)}^b \alpha(x) \Gamma(\gamma_i) dx, \quad \int_{a(c)}^b \beta(x) \Gamma(\gamma_i) dx, \quad i=1,2$$

カヲ計算サレル。

4. 上述ノ如ク、積分方程式 (B) ヲ解ク = ハ $\Gamma(y_1)$, $\Gamma(y_2)$ ヲ屢々使用スルノデアルガ、此等ハ y_1, y_2 ノ採リ方 = 依リテ α_1, α_2 = 等シクナル。以下此ノ事實ヲ証明スル。

微分方程式

$$y'' + Py' + Qy = 0$$

$$z'' + Pz' + (Q - G)z = 0$$

ハ "C 上ノ條件" ヲ満足スルモノト假定シ

$$b(x) = e^{-\frac{1}{2} \int_a^x P dx}$$

ト置ク。微分方程式

$$\eta'' + I\eta = 0 \quad (8)$$

$$\zeta'' + (I - G)\zeta = 0 \quad (9)$$

ハ夫々、 $\frac{y(x)}{b(x)}, \frac{z(x)}{b(x)}$ ヲ解トスルガ故 =, (8) 及ビ(9)ノ如何ナル解モ a 点デハ ∞ トナラナイ。又ソノ第一導函数モ a 点デハ ∞ トナラナイ。故 = (8) ノ解ノ内次ノ性質ヲ有スル二解 $\overset{\circ}{\eta}_1(x), \overset{\circ}{\eta}_2(x)$ が存在スル。

$$\overset{\circ}{\eta}_1(a) = 0 \quad \overset{\circ}{\eta}'_1(a) = 1$$

$$\overset{\circ}{\eta}_2(a) = 1 \quad \overset{\circ}{\eta}'_2(a) = 0$$

同様 = (9) ノ解中次式ヲ満足スル二解 $\overset{\circ}{\zeta}_1(x), \overset{\circ}{\zeta}_2(x)$ が存在スル。

$$\overset{\circ}{\zeta}_1(a) = 0 \quad \overset{\circ}{\zeta}'_1(a) = 1$$

$$\overset{\circ}{\zeta}_2(a) = 1 \quad \overset{\circ}{\zeta}'_2(a) = 0$$

而シテ此等ノ四解ニハ

$$\overset{\circ}{\eta}'_1(t) \overset{\circ}{\eta}_2(t) - \overset{\circ}{\eta}'_2(t) \overset{\circ}{\eta}_1(t) = 1$$

$$\overset{\circ}{\zeta}'_1(t) \overset{\circ}{\zeta}_2(t) - \overset{\circ}{\zeta}'_2(t) \overset{\circ}{\zeta}_1(t) = 1$$

ナル關係ガ成リ立ツ。

サテ積分方程式(B)ニ於テ y_1, y_2 ノ特ニ

$$\overset{\circ}{y}_1(x) = b(x) \overset{\circ}{\eta}_1(x)$$

$$\overset{\circ}{y}_2(x) = b(x) \overset{\circ}{\eta}_2(x)$$

ト採ル。斯クスルニ *Volterra* 核ハ不変デアリツテ (αy_1)
及ビ (βy_2) ノ一次変換ヲ受クルニ過キナイカラ方程式(B)ノ
一般性ヲ失ハナイ。尚

$$\overset{\circ}{z}_1(x) = b(x) \overset{\circ}{\zeta}_1(x)$$

$$\overset{\circ}{z}_2(x) = b(x) \overset{\circ}{\zeta}_2(x)$$

ト置ク。

斯ク $\overset{\circ}{y}_1, \overset{\circ}{y}_2, \overset{\circ}{z}_1, \overset{\circ}{z}_2$ ノ定ムレバ

$$\Gamma(\overset{\circ}{y}_1) = \overset{\circ}{z}_1, \quad \Gamma(\overset{\circ}{y}_2) = \overset{\circ}{z}_2$$

トナルコトヲ之ヨリ証明スル。 $\Gamma(y_1)$ ノ定義及ビ第一節第3
款ノ式ヨリ

$$\begin{aligned} \Gamma(\overset{\circ}{y}_1) &= \overset{\circ}{y}_1(x) + \int_a^x \bar{K}(x,t) G(t) \overset{\circ}{y}_1(t) dt \\ &= \overset{\circ}{y}_1(x) + \int_a^x \bar{K}_0(x,t) \frac{b(x)}{b(t)} G(t) \overset{\circ}{y}_1(t) dt \end{aligned}$$

$$= \dot{y}_1(x) + b(x) \int_a^x \bar{K}_0(x, t) G(t) \dot{\eta}_1(t) dt \quad (10)$$

然レ

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{K}_0(x, t) + \{I(t) - G(t)\} \bar{K}_0(x, t) = 0$$

ト故

$$\bar{K}_0(x, t) G(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{K}_0(x, t) + I(t) \bar{K}_0(x, t)$$

故

$$\begin{aligned} & \int_a^x \bar{K}_0(x, t) G(t) \dot{\eta}_1(t) dt \\ &= \int_a^x \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{K}_0(x, t) \right\} \dot{\eta}_1(t) dt + \int_a^x I(t) \bar{K}_0(x, t) \dot{\eta}_1(t) dt \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial t} \bar{K}_0(x, t) \dot{\eta}_1(t) \right]_a^x - \left[\dot{\eta}_1'(t) \bar{K}_0(x, t) \right]_a^x \\ &= \left\{ \dot{\bar{L}}_1(x) \dot{\bar{L}}_2'(x) - \dot{\bar{L}}_2(x) \dot{\bar{L}}_1'(x) \right\} \dot{y}_1(t) \\ &\quad - \left\{ \dot{\bar{L}}_1(x) \dot{\bar{L}}_2'(a) - \dot{\bar{L}}_2(x) \dot{\bar{L}}_1'(a) \right\} \dot{\eta}_1(a) \\ &\quad + \dot{\eta}_1'(a) \left\{ \dot{\bar{L}}_1(x) \dot{\bar{L}}_2(a) - \dot{\bar{L}}_2(x) \dot{\bar{L}}_1(a) \right\} \\ &= -\dot{\eta}_1(x) + \dot{\bar{L}}_1(x) \end{aligned}$$

之ヲ (10) 式ニ代入スレバ

$$\Gamma(\dot{y}_1) = \dot{x}_1(x)$$

ヲ得ル。同様ニ

$$\Gamma(\overset{\circ}{y}_2) = \overset{\circ}{z}_2(x)$$

故=次, 定理ヲ得ル。

定理6 $\overset{\circ}{\eta}_1, \overset{\circ}{\eta}_2$ ヲ微分方程式

$$\eta'' + I\eta = 0, \quad I = Q - \frac{P'}{2} - \frac{P^2}{4}$$

ノ解中, 條件

$$\overset{\circ}{\eta}_1(a) = 0 \quad \overset{\circ}{\eta}'_1(a) = 1$$

$$\overset{\circ}{\eta}_2(a) = 1 \quad \overset{\circ}{\eta}'_2(a) = 0$$

ヲ満足スルモノトシ, $\overset{\circ}{\zeta}_1, \overset{\circ}{\zeta}_2$ ヲ微分方程式

$$\zeta'' + (I - G)\zeta = 0$$

ノ解中, 條件

$$\overset{\circ}{\zeta}_1(a) = 0 \quad \overset{\circ}{\zeta}'_1(a) = 1$$

$$\overset{\circ}{\zeta}_2(a) = 1 \quad \overset{\circ}{\zeta}'_2(a) = 0$$

ヲ満足スルモノトシ

$$e^{-\frac{1}{2}\int_a^x P dx} = b(x)$$

$$\overset{\circ}{y}_1(x) = b(x) \overset{\circ}{\eta}_1(x) \quad \overset{\circ}{y}_2(x) = b(x) \overset{\circ}{\eta}_2(x)$$

$$\overset{\circ}{z}_1(x) = b(x) \overset{\circ}{\zeta}_1(x) \quad \overset{\circ}{z}_2(x) = b(x) \overset{\circ}{\zeta}_2(x)$$

ト置ケバ

$$\Gamma(\overset{\circ}{y}_1) = \overset{\circ}{z}_1(x)$$

$$\Gamma(\overset{\circ}{y}_2) = \overset{\circ}{z}_2(x)$$

である。

5. 積分方程式 (B) の定理 4, 5, 6 = 依り容易 = 解ける
ことハ上述ノ通りであるが, 特 = $f=0$ ノ場合ヲ之ヨリ論ず
ルコトトスル。即チ

$$u(x) = \int_{a(x)}^x K(x, t) G(t) u(t) dt + \int_{a(x)}^b \left\{ \dot{y}_1(x) \alpha(t) + \dot{y}_2(x) \beta(t) \right\} u(t) dt \quad (B')$$

ノ解ヲ $u(x)=0$ 以外ノモノヲ求メル。

定理 4 及ビ 6 = 依リ, 積分方程式 (B') ハ

$$u(x) = \dot{z}_1(x) \int_a^b \alpha(t) u(t) dt + \dot{z}_2(x) \int_a^b \beta(t) u(t) dt$$

ト等値である。故 = 之ヲ解ク = ハル次方程式

$$-u + \dot{z}_1(\alpha u) + \dot{z}_2(\beta u) = 0$$

$$\left\{ (\alpha \dot{z}_1) - 1 \right\} (\alpha u) + (\alpha \dot{z}_2) (\beta u) = 0$$

$$(\beta \dot{z}_1) (\alpha u) + (\beta \dot{z}_2 - 1) (\beta u) = 0$$

ヨリ u ヲ求ムルベヨイ。故 = 解ノアル條件ハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha \dot{z}_1) - 1 & (\alpha \dot{z}_2) \\ (\beta \dot{z}_1) & (\beta \dot{z}_2) - 1 \end{vmatrix} = 0$$

であるヲ解ノ計算モ定理 5 カラ得ラレル。即チ次ノ結果ヲ得
ル。

定理 7 $\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2$ ヲ定理 6 ト同シ函数トスル

トキ、積分方程式

$$u(x) = \int_{a(c)}^x K(x, t) u(t) dt + \int_a^b \left\{ \dot{\gamma}_1(x) \alpha(t) + \dot{\gamma}_2(x) \beta(t) \right\} u(t) dt$$

が固有解ヲ有スル條件ハ

$$\begin{vmatrix} (\alpha \dot{\alpha}_1) - 1 & (\alpha \dot{\alpha}_2) \\ (\beta \dot{\alpha}_1) & (\beta \dot{\alpha}_2) - 1 \end{vmatrix} = 0$$

デアラフテ、解ハ

1) $(\alpha \dot{\alpha}_1) - 1, (\alpha \dot{\alpha}_2), (\beta \dot{\alpha}_1), (\beta \dot{\alpha}_2) - 1$ 中少クトモ
一ツが零ニ等シクナイトキハ

$$u(x) = C_1 \left\{ ((\alpha \dot{\alpha}_1) - 1) \dot{\alpha}_2 - (\alpha \dot{\alpha}_2) \dot{\alpha}_1 \right\}$$

$$u(x) = C_1 \left\{ (\beta \dot{\alpha}_1) \dot{\alpha}_2 - ((\beta \dot{\alpha}_2) - 1) \dot{\alpha}_1 \right\}$$

ノ内恒等的ニ零デアラフイモ、ノ何レデアラフモ表ハシ得ル。

$$2) (\alpha \dot{\alpha}_1) - 1 = (\alpha \dot{\alpha}_2) = (\beta \dot{\alpha}_1) = (\beta \dot{\alpha}_2) - 1 = 0$$

ノ場合ニハ解ハ

$$u(x) = C_1 \dot{\alpha}_1 + C_2 \dot{\alpha}_2$$

デアラル。

但シ、 C_1, C_2 ハ任意ノ常数デアラル。