

687. 實用數學ノ話題ニツ

森本 清吾 (廣島高工)

私ハ商賣柄實用數學ヲセラネバナラナイコトニナツタ
ノデスガ、コノオハ日カ浅クイロイロワカラナイコトガ出來
テ困ツテキマス。會員諸氏ノ中ニハコノ方面ノ御専門ノ方モ
アラウモト存ジ、敢ヘテ愚問ヲ提出シテオ教ヲ乞フ次第デ
ス。

第一ハ最小自乘法ノ問題デスガ、実験式カ

$$y = ax + b$$

トナルコトが豫想サレル現象デ、 x ト y トノ値ノ組ヲ観測シ
 $x = x_0, y = y_0, x = x_1, y = y_1, \dots$ トシタトキ a, b
 ヲ求メルニハ

$$\sum_i (y_i - ax_i - b)^2$$

ヲ *Minimum* トスル a, b ヲ求メマス。之レハ二元一次
 方程式トナツテ容易ニ解ケマス。

コトヲ私ノ疑問トスルトコロハ、上ノ

$$y_i - ax_i - b$$

ハ x_i ヲ x ノ正確ナル値トシタトキノ y_i ノ誤差デアリマ
 ス。コレノ平方ノ和ヲ 0 トシタノデハ x_i ノ観測ノ誤差ヲ
 無視シタコトニナリハシマスマイカ。

トコロガ、コレハ私ノ思ヒ廻シラシイノデス。ソレハ x_i
 ノ誤差ヲ x_i トシ

$$\sum_i (y_i - ax_i - b)^2 + k \sum_i (x_i - x_i)^2$$

(k ハ x_i ト y_i ノ観測ノ *weight* 比) ノ最小値ヲ求メ
 テ見テモ結局同ツ結果トナルカラデス。ツマリ x_i ノ誤差ハ
 之ヲ y_i ノ観測ノ誤差ノ方ニコメテシマフコトガ出来るラシ
 イノデス。

温度 10° ノトギノ棒ノ長サ 2.6 cm ガト云フトキニ、
 2.6 cm ヲ求メルニハ温度ヲ丁度 10° ニシテ測ルベキデ、ソ
 ノ實際温度ガ 10° ト異ツタコトハ 2.6 cm ノ方ノ観測ニ際ス
 ル誤差トモ考ヘラレルノデシヨウ。ソレハヨイトシテ実験式

ヲ

$$y = ax^2 + 2bx + c$$

トシタトキハ、上ノ法ガ一致シナイマウニ思フノデス。

$$E = \sum_i (y_i - ax_i^2 - 2bx_i - c)^2 + k \sum_i (x_i - x_i')^2$$

ヲ x_i ニテ微分シテ 0 トオクト

$$(ax_i + b)(y_i - ax_i^2 - 2bx_i - c) + k(x_i - x_i') = 0$$

トナリ、 $ax_i + b$ ハ $x_i = 0$ ヲヨリ異ナルカラ、 E ノ第二項ハ第一項ト比例シタケナルト思ヒマス。コレハドウ解釋シタラヨイノデシヨウカ。御教示願ヒタイト思フノデアリマス。

モウツハ誤差ノ問題デアリマス。A, B ナル二値ノ観測値ヲ x, y トシ、ソノ *probable error* 7 u, v トスルトキ $A+B$ 対スル $x+y$, *error* ハ $\sqrt{u^2 + v^2}$ デアリマス。然シコレハ x ノ A 対スル *error* ガ ϵ ト $\epsilon + d\epsilon$ ノ間ニアル *Probability* ガ $ke^{-h\epsilon^2} d\epsilon$ ノ形ノ式ニ表ハラレルトシタカラデス。コノコトヲ *error* ノ分布ヲ $e^{-h\epsilon^2}$ トスルト呼ビマセウ。コレハ x, y ノ *error* ガ測定技術ノ不備ニヨルトシタカラデス。

トコロカ *error* = ハコノ上 = 最小目盛以下ヲ四捨五入シタタメニ起ルモノガアリマス。

例ヘバ天秤ヲ重オフ測ツタトキ、測定技術ガ全然正シカツタトシテモ天秤 = 1 ヲリぐらむマデシカ目盛ガ刻ンデナカツタトシタラバ、ソノ結果ハ最近ノ目盛ヲ詭ンテ 1 ヲリぐ

らむノ位マデ出シテ オクベキデ、1ミリぐらむ未満ハ四捨五入サレテ居ルモノト見ルベキデス。コノ場合 Errorノ分布ハ上ノ形ノ Function = ヲラズ

$$f_1(x) = 0 \quad x > 0.5 \text{ mg}$$

$$f_1(x) = 1 \quad 0.5 > x > -0.5$$

$$f_1(x) = 0 \quad -0.5 > x$$

トナル形ノ Function = ヲルト見ルベキデス。コノトキ $x+y$ ノ Errorハ勿論 $\sqrt{u^2+v^2}$ = ハナリマセソ。U, V, 共ニ 0.25 トスレバ Mean Errorハ

$$\int_{-0.5}^{+0.5} \int_{-0.5}^{+0.5} |u+v| du dv$$

トナルベキデアリマシヨウ。コレハ 0.33 ----- トナリマス。

Errorノ分布函数ハ

$$f_2(x) = \int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} f_1(x) dx$$

$$= 0 \quad x > 1$$

$$= 1-x \quad 1 > x > 0$$

$$= 1+x \quad 0 > x > -1$$

$$= 0 \quad -1 > x$$

トナリ Probable Errorハ $\frac{2-\sqrt{2}}{2} = 0.2929$ -----

トナリマス。カマヨウニシテ三数ノ和ノ Errorノ分布函数ヲ

$f_3(x)$ 四数ノ $f_4(x)$ トスレバ

$$f_3(x) = 0 \quad x > 1.5$$

$$= \frac{1}{2} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \quad 1.5 > x > 0.5$$

$$= \frac{3}{4} - x^2 \quad 0.5 > x > -0.5$$

$$= \frac{1}{2} \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \quad -0.5 > x > -1.5$$

$$= 0 \quad -1.5 > x$$

Mean Error 0.406, Probable Error 0.385

$$f_4(x) = 0 \quad x > 2$$

$$= \frac{1}{6} (2-x)^3 \quad 2 > x > 1$$

$$= \frac{2}{3} - x^2 + \frac{x^3}{2} \quad 1 > x > 0$$

$$= \frac{2}{3} - x^2 - \frac{x^3}{2} \quad 0 > x > -1$$

$$= \frac{1}{6} (2+x)^3 \quad -1 > x > -2$$

$$= 0 \quad -2 > x$$

Mean Error 0.411, Probable Error 0.399

このモデルは $\frac{2}{3} - x^2 + \frac{x^3}{2}$ が何を意味してキルカ
 ンカラナクナリマシタ。一般的方法ヲ求メルニハ可成ノ努力
 ガ費ルテシイデス。一体コンナコトハマカ考ヘラレテ居ラナ
 カッタノデシヨウカ。又ヤツテモ利益ナイコトナノデシヨウ
 カ。何か役ニ立ツコトナラモウ少シ考ヘテ見タイト思ヒマス
 ノデ疑問ヲ察シタ次第デス。

— 1938, 2, 18. —