

688. 森本氏談話 = 附随シテ

寺 阪 英 孝 (阪大)

前項森本氏談話ノ原稿ヲ拝見シマシタラ大変ニ興味ヲ感ジマシタノデ同氏ニ附随シテ思ヒツイタマハノ愚見ヲ申述セマス、御答テハアリマセン。

今平面上ニ直線カ與ヘラレテ居タ時、其ノ上ノ數個ノ点ノ座標ヲ測定シテ直線ノ方程式 $y = ax + b$ ヲ決定スルコト、コレカ森本氏ノ最初ノ話題ノ変形デセウ。コレニハ点ヲ二個カケ採ツテ a, b ヲ求メレバヨイ訳デスガ、念ノタメト思ツテ別ニ二点ヲトツテ a, b ヲ求メ直スト、測定ノ誤差ノ爲ニ前ノト解答カ違ツテ來ルノガ普通カスガドチラヲ本當ト決メル訳ニ行カナイ。

此ノトキ最小自乗法ヲ用キレバ《極メテ明白ナ、曖昧氣ノナイ妥當ト解答》カ與ヘラレルノデアツテ、《実測ノ結果ハソノ組合セ方ニヨツテ種クノ異ナツタ結果ヲ與ヘルノデアアルガ、其ノ中デ最モ真ニ近イト考ヘラレルモノハ唯一ツデ、即チ最小自乗法ノ與ヘルモノデアアル。》

引用句ハ寺田寅彦全集 369 頁地球物理学カラ抜イタノデスガ、物理方面デモ斯クノ如ク最小自乗法ニハ絶大ノ信頼カ置カレテキルモノラシイ。然シ数学的ニ考ヘテコノ方法ノ根據カ甚カ薄弱ラシク見エルコトハ森本氏ニ全ク同感デス。カ最小自乗法ノ利益ハ理論デアナク全クソノ取扱ノ不思議ニモ簡便ナ所ニアルモノデアハナイデセウカ、コレヲ上記ノ例ヲ

基 = シテ考ヘテ見タイノデス。

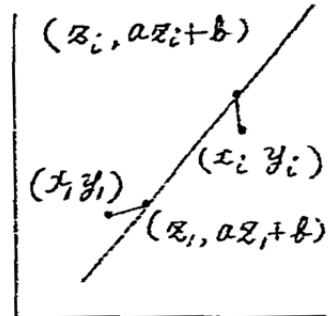
問題ヲ測定値 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$ ヲ座標ニモツル個ノ点ニ最モ近イ直線 $y = ax + b$ ヲ求ム。

ト直ス、コトヲ最モ近イト云フノヲ

I. (x_i, y_i) カラ直線マデニ至ル距離ノ和ガ最小ナルト解釈スレバ次ノヤウニシテ $y = ax + b$ ハ求マル。即チ

$$(1) \sum \sqrt{(y_i - ax_i - b)^2 + (x_i - x_i')^2}$$

ハ (x_i, y_i) カラ $(x_i', ax_i' + b)$ マカノ距離ノ和ナルカラ、コレヲ最小ニスルタメニハ $a, b, x_i' (i=1, 2, \dots, n)$ ヲ偏微分スレバヨロシイ。



II. 最モ近イトイフノハ (x_i, y_i) カラ直線マデノ距離ノ自乗ノ和ガ最小ナルコトト解釈スレバ (1) ノ代リニ

$$(2) \sum \left\{ (y_i - ax_i - b)^2 + (x_i - x_i')^2 \right\}$$

ヲトレバヨイ。

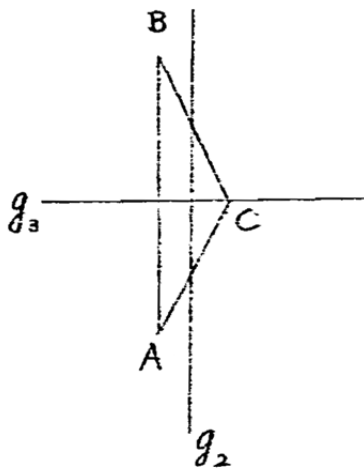
III. 最モ近イトイフノハ (x_i, y_i) カラ y 軸ニ平行ナ方向ヲ直線マデニ至ル距離ノ自乗ノ和云々トスレバ

$$(3) \sum (y_i - ax_i - b)^2$$

ヲ最小ニスルコトナル。

コノ三種ガ異ナル解ヲモツコトハ次ノヨウニ極端ナ場合ヲ考ヘルト明カナル、ソレハ点が三点 A, B, C デトシ、

ABハ 子 軸 = 殆ンド平行、且ツ $\triangle ABC$ ハ Cノ所が鈍角ナ
二等辺三角形ナル場合



Iノ解ハ ABヲ通ル直線 g_1

IIノ解ハ AB = 平行ナ直線 g_2

IIIノ解ハ大体 ABノ 垂直ニ等分線 g_3
トナリ相ナル。

ソウスレバ g_3 ハ A, B, C = 余リ近
イ直線ナルハナイ。

扱テ Iノ解ハ極ク自然ニ見エルガ、不幸ニシテ計算ガ
ムツカシイ。IIハ距離ノ自來ガ座標、二次式ナルトイフ根
本的ノ性質カテ、選カニ計算ガ奇麗ニナルケレドモ、愈々
ヲ消去シテ a, b ヲ求メル段ニナルト仲々ニ手硬イ。ソコテ幾
何学的意味ヲ全ク没却シ、タゞ計算ノタメニサノミニ趨ッテ
IIIヲ採用スルト、 a, b ハ一次方程式ノ計算デアツサリ求マ
ツテシマフ。

元々測定ノ誤差ガアル上ニ複雑ナ計算ノタメノ誤差ガ
加ハツテハ元モ子モ無クナツテ了フカラ、計算ノ簡便サハ決
定的デアリマセウ。最小四乘法、六乘法トド以テノ外デアリ
マス。

上述ノ如キ意地ノ悪イ例デアハ IIIヲ用キルト實際トハ似
モツカヌ直線ガ解答トシテ現ハレルケレドモ、ソレニモ係ハ
ラズ IIIガ事實採用サレテ居ルモノトスレバ、全クソレハ計
算ノ容易サニヨルモノデアリマセウ。然シコレガ唯一ノ簡便
法トイフコトノ中ニハ、何か自然ノ秘密ガ匿マハレテキル

コトハ否メマセシ。

以上、門外漢ノ無責任感カラ勝手ナ議論ヲ致シマシタガ、
重大ナ誤解ヲシテキルカモ知レマセシ、御教示ヲ願ヒマス。