699. 円系表面ニツイテ

松村　宗治（台北大）

(I) 拙著論文ナル Kugelgeos von Atöbused（台北大学紀要第二巻第一が, p. 36）ニ於ケル所論ヲゆうくり

ッど三次元空間内ノ表面論ノ理論(例ヘバ G. Scheffers Theorie der Flächen, 1922, S. 505 ニ於ケル (11) 式) ニ適用セバ円系表面ニツイテノ次ノ定理ガ成立ツコトガ分ル。此ノ場合 Scheffers ノ書物ノ u ヲ吾々ノ τ ニ, v ヲ吾々ノ t ニトルノデアル。ナゼナラバ吾人ノ $(\theta_\tau\theta_\tau)=1$ ナル故ナリ。

其ノ定理トイフノハ何カトイフト上記 Scheffers ノ上記書物ノ第505頁ニ於ケル定理20ニ於テ表面ノ代リニ円系表面ヲ以テ置キカヘ, F ノ代リニ $(\theta_t\theta_\tau)$ ヲ以テオキカヘ, $G(u, v)$ ノ代リニ $(\theta_t\theta_t)$ ヲ以テオキカヘタモノデアル。

此ノ場合

$$D^2 \equiv (\theta_t\theta_t)(\theta_\tau\theta_\tau) - (\theta_t\theta_\tau)^2$$
$$= (\theta_t\theta_t)$$

トナル。

而シテ *geodätische Kurven* ノ微分方程式ハ此ノ場合下ノ様ニナル。

$$(\theta_t\theta_t)(\tau' t'' - t'\tau'') + \Big\{(\theta_t\theta_t)_\tau \tau'^2 + \frac{1}{2}(\theta_t\theta_t)_t \tau' t'$$
$$+ \frac{1}{2}(\theta_t\theta_t)(\theta_t\theta_t)_\tau t'^2\Big\} t' = 0$$

但シコヽニ t 及ビ τ ヲバ第三ノ媒介変数 u ノ函数デアルト考ヘルノデアル。

尚スヽンデ Scheffers ノ同書物 P. 507 ニ於ケル (3) 式ニ相当スル式ヲモ同様ニ此ノ場合ニ求メルコトガ出来ル。

尚 P. 508 ニ於ケル (4), (5), (6) 式ニ相当スル関係ヲモ此

場合ニ求メテル。

同 P.511 ニ於ケル (7) ヲモコノ場合ニ変形シウ。

尚スヽンデ同 (8), (9) 等ニツイテモ亦同様デアル。

尚 Komerell: Raumkurven und Flächen II, S. 117, S. 118, 119, 120, 121 ニ於ケル議論ニ相当スルコトガ円系表面ニツイテハ如何ニナルカヲミルコトが出来ル。

(II) 前ニ自分ハ

(1) $\cos^2\varphi = T^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta$

ニツイテコヽデ述ベタ。

サテ今

(2) $\cos^2\varphi \equiv \rho^2, \quad \rho^\alpha = T^{\alpha\beta}\rho_\alpha$

トオケバ (1), (2) ヨリ

(3) $\rho^2 = \rho^\alpha\rho_\beta$

ヲ得。サテ φ が他ノ一ツノ媒介変数 t ノ函数デアッテイツモ一定ナラバ

(4) $$\begin{aligned} d(\rho^\alpha\rho_\beta) &= \rho^\alpha d\rho_\beta + \rho_\beta\, d\rho^\alpha \\ &= \rho^\alpha(d\rho_\beta - L^\alpha_{\beta\gamma}\rho_\alpha\, dt^\gamma) = 0 \end{aligned}$$

デアル。

(4) ハ φ が一定ナルタメノ必要ニシテ十分ナル條件デアル。

コヽニ $L^\alpha_{\beta\gamma}$ ハ components of affine connection デアル。

(III) $\mathfrak{x}_{(j)}$, $\mathfrak{y}_{(j)}$ ヲバ R_3 内ノ球トシ $\mathfrak{x}_{(j)} + i\,\mathfrak{y}_{(j)}$,

$(j=1,2,\cdots\cdots 5)$ トル五点ヲ考ヘル、コゝニ $i=\sqrt{-1}$ デアル。

此ノ時

$$|\mathfrak{z}_{(1)}+i\mathfrak{y}_{(1)},\cdots\cdots,\mathfrak{z}_{(5)}+i\mathfrak{y}_{(5)}|=0$$

ハカクノ如キ五点ガ同一ノ球上ニアル條件デアル。

$$\mathcal{G}=\|\mathfrak{z}_{(1)}+\varepsilon\mathfrak{y}_{(1)},\cdots\cdots\mathfrak{z}_{(4)}+\varepsilon\mathfrak{y}_{(4)}\|$$

ハ四ツノ球 $\mathfrak{z}_{(j)}+\varepsilon\mathfrak{y}_{(j)}$, $(j=1,2,\cdots\cdots 4)$ ニ垂直ナル球ヲアラハス。

コゝニ

$$\varepsilon^2=0$$

デアル。

(IV) 東北帝大理科報告第十七巻，第439頁，第440頁，第441頁，第442頁 189及ビ190節ニ於ケル所論（高須教授：Differentialkugelgeo. II）ヲバ円系表面ニテ論ズルコトが出来ル。

ソレニハ G_{22} ヲバ $(\theta_t\theta_t)$ デ置キ直シ u ノ代リニ τ ヲ以テシ、v ノ代リニハ t ヲ以テ置キ直セバ可ナリ。

何トナレバ吾々ノ場合ニテ $(\theta_t\theta_t)=1$ デアルカラデアル。

尚191節，192節ヲモ吾々ノ円系表面ノ基本量ヲ以テ論ゼラレル。

〔附言〕 自分ハ以前「互ニ関係ヲ有スル表面」ニツイテノ拙文ヲ草シタコトガアル。東北数学雑誌30，第百四十二頁ニノベタノガ始マリデ東北数誌ヤ台北大理農紀要、台北大理

農熱帯農学會誌、東京物理學校誌、日本中等教育數學會誌等ニモノベタ、ソレデハ。

(1) $$\mathfrak{x}_{uv}+\frac{\sigma}{\lambda}\mathfrak{x}_u+\frac{1}{\lambda}\mathfrak{x}_v=0$$

ナル微分方程式ヲ満足スル表面 $\mathfrak{x}(u, v)$ ヲ論ズルノデアル。

サテ吾々ハ其等ノ論文ノ記法ヲ用ヒテ

$$-\frac{1}{\lambda}=\frac{-E_vF+G_uE}{2(EG-F^2)}=-\frac{K_u}{4K},$$

$$-\frac{\sigma}{\lambda}=\frac{-FG_u+GE_v}{2(EG-F^2)}=-\frac{K_v}{4K}$$

トオクコトガ出來ルカラ

(2) $$\frac{1}{\lambda}=\frac{K_u}{4K}, \qquad \frac{\sigma}{\lambda}=\frac{K_v}{4K}$$

トオクコトガ出來ル。(Math. Z. 43, S. 620 ニ於ケル F. Rellich ノ論文參照)。

(2) ヨリ (1) ハ次ノヤウニナル。

(3) $$4K\mathfrak{x}_{uv}+K_v\mathfrak{x}_u+K_u\mathfrak{x}_v=0$$

ツマリ (3) ハ吾々ノ式デアリ Rellich ノ論文ニ於ケル表面ノ式ト比較セバ

$$\sqrt{-K}\,(\mathfrak{x}_u\times\mathfrak{x}_v)$$

ナル項ガ缺ケテイルコトニナル。

サテ吾々ノ式ガ (3) ナル型ニナッタカラ此式ヲ用ヒテ今迄吾々ガ得タヤウニシテ諸性質ヲバ此式ノ係數 K, K_u, K_v

ノ言葉デ皆得ラルルヤウニナル。

次ニ *Elliptische Raum* ニ於テノ一直線ハニツノ球（*Euklidischer Raum* ニ於ケル）上ノ各ニ点ニ *abbild* スルコトガ出来ルカラ此考ヲ用ヒテ此空間内ノ直線幾何ヲ考ヘルコトガ出来ル。（*Math. Z.* 43, S. 502 ヲ参照）。