719. Jordan 領域ノ stabilité ト capacité (II)

井上　正雄（阪大）

本号デハ前談話ニ於テ問題トシタ

$$H^{(1)}(z, F, \mathfrak{D}) = H^{(2)}(z, F, \mathfrak{D})$$

トナルカドウカノ問題ヲ考ヘテ見ヤウ。コヽニ $\mathfrak{D}$ ハ單一 Jordan 閉曲面ニテ圍マレタ Jordan 領域デアル。

コノ問題ニ最初ニ手ヲ付ケタノハ Vasilesco デアラウ。彼ハ Sur la méthode du balayage de Poincaré et ……, C. R. Paris, 200, 1935 或ハ Journ. de Math. 14, 1935 ニ於テコノ等式ノ常ニ成立スルコトヲ証明シテイルノデアル。所ガ Keldych, Lavrentieff ハ Sur le probléme de Dirichlet, C. R. Paris, 204, 1937 ニ於テ、上述ノ等式ハ必ズシモ成立セズ，コノ等式ノ成立セザル実例ノ存在スルコトヲ定理トシテ述ベテイルノデアル（但シ証明ナシ）

コノ問題ハ,

$$H^{(1)}(z, F, \mathfrak{D}) = H^{(2)}(z, F, \mathfrak{D})$$

ガ F ノ如何ニカヽハラズ常ニ成立スルトキ, $\mathfrak{D}$ ハ Dirichlet ノ問題ニ関シテ stable ナリト云フコトニスレバ

「Jordan 領域ハ常ニ stable ナルヤ，否ヤ?」

ト云フコトニナル。

Keldych, Lavrentieff ノ論文ニハ証明ガトク, 又ソノ後詳報モ出ナイノデ(1) Vasilesco ノ証明ヲ詳シク調ベテ見ルト少シク変ニ思ハレルトコロガアル。(併シコレハソノ結果ヲ否定スルモノデハナイ)。ソレハ "p ヲ régulier ナ境界点トスレバ p ヲ矢張リ régulier ナ境界点トシテモツ $\mathfrak{D}$ ヲ完全ニ含ム領域 $\mathfrak{D}^*$(但シ共通ノ境界点 p ダケハ除外シテ)ガ存在スル" ト云フ点デアル。Vasilesco ハ Wiener ノ定理 —— p ヨリノ距離ガ $[\lambda^{n+1}, \lambda^n]$, $(0<\lambda<1)$ ノ間ニアル $\mathfrak{D}$ ニ含マレザル閉集合ノ capacité(2) ヲ γ_n トスルトキ, p ガ régulier ナルタメノ必要且充分ナル條件ハ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n}{\lambda^n}$$

ガ発散スルコトデアル —— ニヨリ $\mathfrak{D}$ ヲ含ム如ク $\mathfrak{D}^*$ ヲ取リ p ニ於イテ $\mathfrak{D}^*$ ニ對シテ作ッタ上ノ級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^*}{\lambda^n}$$

ガ又発散スルヤウニ出来ル(例ヘバコノ級数ノ各項ガ上ノ級数ノ各項ノ $\frac{1}{2}$ ヨリ大ナラシメ得ルカラ)" トイッテイルノ

---

(1) 其ノ後 M. Keldych: Sur la résolubilité et la stabilité du problème de Dirichlet, C.R. de l'Acad. des Sci. de l'U.R.S.S. V. 18, N. 6. 1938 ガ出テイルガ全然証明ガナイ。

デアルガ，之レハ果シテ正シイカ？ドウカ？問題ハ此処ニ在ルノデハアルマイカ？

一般ニ有界ナル開領域ヲ Ω トシ，ソノ閉被ヲ $\overline{\Omega}$ トシタトキ

$$C(\overline{\Omega}) = \underset{F \subseteqq \Omega}{\mathrm{O.G.}}\ C(F); \quad \text{但シ } F \text{ ハ閉集合}^{(2)}$$

ナル関係式ハ果シテ成立スルノデアラウカ？若シコノ関係式ノ成立スルコトガ解レバ Vasilesco ノ主張ノ正シイコトガ判ルノデアル。又一方逆ニ Vasilesco ノ結論ヲ假定スレバ，コノコトカラ $C(\overline{\Omega}) = \underset{F \subseteqq \Omega}{\mathrm{O.G.}}\ C(F)$ ナルコトガ判ルノデアル。

コノコトヲ証明シテオカウ。

(I) $\quad H^{(1)}(z, F, \vartheta) = H^{(2)}(z, F, \vartheta)$

（スベテノ ϑ ニ対シテ）

ガ成立シタト假定シヤウ。

---

(2) 一般ニ閉集合 F ノ Capacité ハ次ノ如クニシテ定義サレル（Wiener ノ定義）。F（有界）ノ余集合ノ，ウチ ∞ ヲ含ム無限領域ニテソノ有限ナル境界上デ 1，∞ デ 0 ヲトル調和函数（solution généralisée デヨイ）ヲ $V(z)$ トシコノ無限領域ニ含マレル任意ノ球面 S ニ対シテ計算シタ

$$\frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\partial V}{\partial N}\, dS \quad (N \text{ ハ球面上内側ニ立テタ法線})$$

ヲ F ノ capacité ト云ヒ $C(F)$ デ表ハス（コノ量ハ S ノ取リ方ニ無関係デアル）。

以下，$\mathfrak{D}$ガ原点 O ヲ内点トシテ含ムモノトシテ，之レニ半径 1 ノ球面ニ関シテ Inversion[3] ヲ施シテ得ラレル O ヲ含ム領域ヲ $\mathfrak{D}'$ トスル —— 一般ニ $\overline{\mathfrak{D}}$ ガ移ル部分ノ余集合ヲ表ハスニ ′ ヲ付シテ $\mathfrak{D}'$ ト表ハスコトニショウ。

假定ヨリ

$$\lim_{n\to\infty} H(z, F, \mathfrak{D}_n^1) = \lim_{n\to\infty} H(z, F, \mathfrak{D}_n^2)$$

コヽデトクニ $F(z) = \dfrac{1}{|z|}$ ト考ヘル。

$H(z, F, \mathfrak{D}_n^i)$ ニ夫々 Kelvin transformation[4]

$$H(z, F, \mathfrak{D}_n^i) = \frac{1}{|z|}\nabla_n^{(i)}(z') \ ; \quad z \xleftrightarrow{\text{Inversion}} z'$$

ヲ施シテ得ル函数 $\nabla_n^{(i)}(z')$ ハ $\mathfrak{D}_n^{i'}$ ノ外部ニテ調和函数トナリ，之レハ $\mathfrak{D}_n^{i'}$ ノ potentiel conducteur ニ外ナラヌ。

從ッテ

$$\lim_{n\to\infty} \nabla_n^{(1)}(z') = \lim_{n\to\infty} \nabla^{(2)}(z')$$

故ニ $\mathfrak{D}'$ ヲ含ム一ツノ球面ヲ S トスレバ

---

(3) $z(z_1, z_2, z_3)$ ヲ

$$z_1' = \frac{z_1}{r^2}, \quad z_2' = \frac{z_2}{r^2}, \quad z_3' = \frac{z_3}{r^2} \quad 但\ r^2 = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$$

ナル $z'(z_1', z_2', z_3')$ ニ移ス変換ヲ半径 1 ノ球面ニ関スル Inversion ト云フ。

(4) O. D. Kellogg: Foundations of Potential Theory, p. 231 参照。

$$C(\overline{\mathfrak{D}'}) = \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\partial V^{(1)}}{\partial N} dS = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\partial V_n^{(1)}}{d N} dS$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N} dS - \lim_{n\to\infty} C(\overline{\mathfrak{D}_n^{2'}})$$

即チ (II) $C(\overline{\mathfrak{D}'}) = \lim_{n\to\infty} C(\overline{\mathfrak{D}_n^{2'}})$

コヽニ $\overline{\mathfrak{D}'} \supset \cdots\cdots \supset \overline{\mathfrak{D}_{n+1}^{2'}} \supset \overline{\mathfrak{D}_n^{2'}}$, $\lim_{n\to\infty} \mathfrak{D}_n^{2'} = \mathfrak{D}'$ ナル関係

アルコトヲ注意スレバ，コノ関係式ハ

(III) $C(\overline{\mathfrak{D}'}) = \underset{F \subseteq \mathfrak{D}'}{\text{o.G}}\ C(F)$

ト同等デアル。

コノ逆(III)－(I)ヲ証明シヤウ。

$$C(\overline{\mathfrak{D}'}) = \lim_{n\to\infty} C(\overline{\mathfrak{D}_n^{2'}})$$

ヲ仮定スル。コレヨリ $V_n^{(i)}$ ヲ $\overline{\mathfrak{D}_n^{i'}}$ ノ potentiel conducteur トスレバ

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{4\pi}\iint_{S_{r'}} \left(\frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial N} - \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N}\right) dS = 0;$$

$S_{r'}$ ハ半径 r' ノ球面。

$$\therefore \iint_{S_{r'}} \left(\frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial N} - \frac{\partial V_n^{(2)}}{\partial N}\right) dS = \varepsilon_n(r') = \varepsilon_n,$$

$$\lim_{n\to\infty} \varepsilon_n = 0$$

$$V_n^{(1)} - V_n^{(2)} = V_n \ (\geqq 0)$$

トオケバ

$$\iint_{S_{r'}} \frac{\partial V_n}{\partial N} dS = \varepsilon_n$$

今 $V_n(z') = |z|\, U_n(z) = r\, U_n(z)$; $z \xleftrightarrow{\text{Inversion}} z'$

トオケバ $U_n(z)$ ハ $\mathfrak{D}_n'$ デ $\geqq 0$ ナル調和函数，従ッテ

$\lim_{n\to\infty} U_n(z) = U(z)$ ハ $\mathfrak{D}$ デ $\geqq 0$ ナル調和函数デアル。

サテ $$\iint_{S_r} \frac{\partial r U_n(z)}{(\partial r)\cdot \frac{1}{r^2}} \frac{\sin\theta\, d\varphi\, d\theta}{r^2} = \varepsilon_n$$

$$\because \quad r = \frac{1}{r'} = \frac{1}{|z'|}$$

コレヲ計算シテ

$$\iint_{S_r} \frac{\partial r U_n(z)}{\partial r} \sin\theta\, d\varphi\, d\theta$$

$$= \iint_{S_r} U_n^{(z)} \sin\theta\, d\varphi\, d\theta + \iint_{S_r} r \frac{\partial U_n(z)}{\partial r} \sin\theta\, d\varphi\, d\theta$$

$$= \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + \iint_{S_r} \frac{1}{r} \frac{\partial U_n(z)}{\partial r} dS$$

$$= \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + 4\pi \cdot U_n(0) + \iint_{S_r} U_n(z) \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{1}{r} dS$$

$$= \int_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS + 4\pi U_n(0) - \iint_{S_r} \frac{U_n(z)}{r^2} dS$$

$$= 4\pi U_n(0) = \varepsilon_n .$$

シカルニ $\varepsilon_n \to 0$ ナル故 $U(0) = 0$. $\therefore$ $\mathfrak{D}$ デ $U(z) \equiv 0$

即チ $V_n^{(i)}(z') = |z|\, U_n^{(i)}(z)$

トスレバ

$$\lim_{n\to\infty} U_n^{(1)}(z) = \lim_{n\to\infty} U_n^{(2)}(z)$$

シカルニ $U_n^{(i)}(z)$ ハ $\mathfrak{D}_n^i$ ノ境界上デ $\frac{1}{|z|}$ ナル値ヲトル調和函数ナル故

$$\frac{1}{|z|} - U_n^{(i)}(z) = G(z, 0, \mathfrak{D}_n^i)$$

トオケバ $G(z, 0, \mathfrak{D}_n^i)$ ハ $\mathfrak{D}_n^i$ ノ 0 ヲ Pôle トスル Green ノ函数デアル。即チ次ノコトガ分ッタ。

$$\lim_{n\to\infty} G(z, 0, \mathfrak{D}_n^1) = \lim_{n\to\infty} G(z, 0, \mathfrak{D}_n^2)$$

シカルニ $\lim_{n\to\infty} G(z, 0, \mathfrak{D}_n^1) = G^{(1)}(z, 0, \mathfrak{D})$ ハ p ガ régulier ナ点デアレバ

$$\lim_{z\to p} G^{(1)}(z, 0, \mathfrak{D}) = 0 \quad {}^{(5)}$$

デアルカラ $\lim_{n\to\infty} G(z, 0, \mathfrak{D}_n^2) = G^{(2)}(z, 0, \mathfrak{D})$ トオケバ

勿論

$$\lim_{z\to p} G^{(2)}(z, 0, \mathfrak{D}) = 0$$

トナル。

---

(5) Bouligand ノ定理ト呼バレテイル。
例ヘバ Bouligand: Sur le problème de Dirichlet,
Ann. Soc. Polonaise, 1925 参照

シカルニ $\mathcal{D}$ ノ régulier ナ境界点ガスベテ stable ナ境界点ナラバ $\mathcal{D}$ ハ stable ナ領域トナルコトハ容易ニワカル[(6)]カラ次ノ定理ヲサヘ証明スレバ (II)—(I) ノ証明ハ完了シタコトニナル。

$\lim_{z\to p} G^{(2)}(z,0,\mathcal{D})=0$ ナラバ p ハ stable ナ境界点デアル。"

(証明)

$\varepsilon>0$ ヲ任意ニ與ヘル。p ヲ中心トスル半径 ρ ノ開球ヲ C_ρ デ表ハシ、コノ中ニ含マレル Σ ノ部分ヲ Σ_ρ ニテ表ハストキ, ρ ヲ充分小サクトリ次ノ如キ新シイ連続函数(實) $f(z)$ ヲ作ルコトガ出来ル。

1° $\quad f(z)=F(z) \qquad z\in\Sigma-\Sigma_{2\rho}$

2° $\quad f(z)=F(p) \qquad z\in\Sigma_\rho$

3° $\quad |f(z)-F(p)|\leqq\varepsilon \qquad z\in\Sigma_{2\rho}$

シカルニ

$$|H^{(2)}(z,F,\mathcal{D})-F(p)|\leqq|H^{(2)}(z,F,\mathcal{D})-H^{(2)}(z,f,\mathcal{D})|$$
$$+|H^{(2)}(z,f,\mathcal{D})-F(p)|\leqq\varepsilon+|H^{(2)}(z,f,\mathcal{D})-F(p)|$$

---

(6) Régulier ナ境界点, 従ッテ stable デナイ境界点ノ集合ハ capacité 0 (後デ述ベル Frostman ト De la Vallée Poussin ノ意味デ) デアル。従ッテ capacité 0 ノ集合ヲ除イテ $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ ハ境界上デ一致スル, 故ニ $H^{(1)}(z,F,\mathcal{D})=H^{(2)}(z,F,\mathcal{D})$.

尚コレニ関シテハ Frostman: Potentiel d'équilibre et capacité des ensembles 参照。

トナル。ヨッテコノ新シイ函数ニツイテ

$$\lim_{z\to p} H^{(2)}(z, f, \mathfrak{D}) = f(p)$$

ナルコトヲ証明スレバヨイ。

ソノタメ，$f(z)$ ノ空間全体ニ於ケル一ツノ prolongement（コレヲ矢張リ $f(z)$ デ表ハシテオク）f ガ

$$f(p) = 0, \quad |f(z)| \leq 1$$

ヲ満足スル條件ノ下デ，コノ等式ヲ証明スレバ充分デアル。

シカモコヽニ $z \in C_\rho$ ニ対シテ $f(z) \equiv 0$ ト假定シテモ何等一般性ヲ失ハナイ。

以上ノ條件ノ下デ上ノ等式ヲ証明シヤウ。

C_ρ ト $\mathfrak{D}_n^i$ トノ共通集合ヲ $\mathfrak{D}_{n,\rho}^i$ デ表シ，C_ρ 球面上ニ於ケル $\mathfrak{D}_{n,\rho}^i$ ノ点集合ヲ $\sigma_{n,\rho}^i$ デ表ス。

シカラバ m, n ヲ充分大キク取レバ

$$\delta(\overline{\sigma_{n,\rho}^2} - \sigma_{m,\rho}^1) < \frac{\varepsilon}{4\pi\rho^2} \qquad (1)$$

ナラシメ得レ。但シコヽニ $\delta(\sigma)$ ハ σ ノ面積（Lebesgue ノ測度デヨイ）ヲ表ハスモノトス。シカシテ調和函数

$$\Phi_n(z) = \frac{1}{4\pi}\iint_{S(C_\rho)} \varphi_n(\theta, \varphi) P_z(\theta, \varphi, \rho)\, dS$$

ヲ考ヘル。コヽニ $\varphi_n(\theta, \varphi)$ ハ $S(C_\rho)$（C_ρ ノ球面）上デ $\overline{\sigma_{n,\rho}^2} - \sigma_{m,\rho}^1$ 上デ 1，他デハ 0 トナル函数，$P_z(\theta, \varphi, \rho)$ ハ Poisson ノ核。

更ニ

$$\underset{z \in C_\rho \cdot \mathfrak{D}_m^1}{\mathrm{u.G}}\, G(z, 0, \mathfrak{D}_n^2) = \omega_{m,n}\ (> 0) \quad \text{(假定ヨリ)}$$

トス。

シカラバ次ノ不等式ノ成立スルコトガ容易ニ分ル

$$\Phi_n(z)-\frac{G_n(z,0,\mathfrak{D}_n^2)}{\omega_{m,n}}\geqq H(z,f,\mathfrak{D}_n^2),\quad z\in\mathfrak{D}_n^2$$

所ガ(1)ナル假定ヨリ

$$\Phi_n(z)\leqq 8\varepsilon,\qquad z\in C_{\frac{\rho}{2}}$$

$n\to\infty$ トシテ

$$8\varepsilon+\frac{G^{(2)}(z,0,\mathfrak{D})}{\omega_m}\geqq H^{(2)}(z,f,\mathfrak{D})$$

但シコヽニ $\omega_m=\lim_{n\to\infty}\omega_{m,n}\ (>0)$

定理ノ條件ヨリ

$$\lim_{z\to p}G^{(2)}(z,0,\mathfrak{D})=0$$

依ッテ

$$8\varepsilon\geqq\overline{\lim_{z\to p}}\,H^{(2)}(z,f,\mathfrak{D})$$

同様ニシテ

$$\underline{\lim_{z\to p}}\,H^{(2)}(z,f,\mathfrak{D})\geqq -8\varepsilon$$

ε ハ任意ダカラ

$$\lim_{z\to p}H^{(2)}(z,f,\mathfrak{D})=0$$

ヲ得ル。故ニ結局

$$\lim_{z\to p}H^{(2)}(z,F,\mathfrak{D})=F(p)$$

之レニテ(II)⟶(I)ガ完全ニ証明セラレタ。

即チ次ノ定理ヲ得ル。

定理 2.

Jordan 領域 $\mathfrak{D}$ ガ stable ナレタメニハ

$$C(\overline{\mathfrak{D}'}) = \underset{F \subseteqq \mathfrak{D}'}{O.G.} \; C(F)$$

ガ成立スルコトデアル。

コノ定理ハ有限個ノ Jordan 面ニテ囲マレタ領域ニモ拡張出来ルガ本質的ニハ何等変ル所ガナイカラ此処デハ省略スル。

猶又 $\lim_{z \to p} G^{(2)}(z, 0, \mathfrak{D}) = 0$ ハ p ガ stable ナルタメノ充分條件デハアルガ、之レハ同時ニ又必要ナルコトハ明ラカデアルカラ次ノ定理ガ又証明サレタ譯デアル。

定理 3.

境界点 p ガ Stable ナルタメニハ $\mathfrak{D}$ 内ノ一点 z_0 ニ對シテ

$$\lim_{z \to p} G^{(2)}(z, z_0, \mathfrak{D}) = 0$$

ナルコトガ必要且充分デアル。

同時ニ

定理 4. Jordan 領域 $\mathfrak{D}$ ガ stable ナルタメニハ $\mathfrak{D}$ 内ノ一点 z_0 ニ對シテ

$$G^{(1)}(z, z_0, \mathfrak{D}) = G^{(2)}(z, z_0, \mathfrak{D})$$

ナルコトガ必要且充分デアル。

更ニ厳密ニハ次ノ定理ガ成立スル。

定理 4'

Jordan 領域 $\mathfrak{D}$ ガ stable ナレタメニハ $\mathfrak{D}$ 内ノ

二点 z_0, z_1 $(z_0 \neq z_1)$ ニ対シテ

$$G^{(1)}(z_1, z_0, \mathcal{D}) = G^{(2)}(z_1, z_0, \mathcal{D})$$

ナルコトガ必要且充分デアル。

同様ニ次ノ諸定理ガ成立スル。

定理5.

境界点 p ガ stable ナルタメニハ $\{\mathcal{D}^2_{n;\rho}\}$ ニ対シテ次ノ如キ調和函数系列 $\{v_n(z)\}$ ガ存在スルコトガ必要且充分デアル。

1. $v_n(z) > 0$

2. $\lim\limits_{n\to\infty} v_n(z) = v(z)$

トスルトキ $v(z) \neq 0$

且ツ $\lim\limits_{z\to p} v(z) = 0$

系 境界点 p ガ stable ナルタメニハ $\overline{C_\rho - \mathcal{D}^2_n} = \mathcal{D}^{2*}_{n,\rho}$, $\mathcal{D}^{2*}_{n,\rho}$ ノ potentiel conducteur ヲ $V_n(z)$, $\lim\limits_{n\to\infty} V_n(z) = V(z)$ トスルトキ, $\lim\limits_{p\to z} V(z) = 1$

ナルコトガ必要且充分デアル。

定理6.

stable ナ境界点ハ常ニ régulier ナ境界点デアル。

サテ定理2ノ意味ヲ考ヘヤウ。

今迄ニ述ベテ来タ Capacité ハ常ニ閉集合(有界)ニ対シテシカ考ヘナカッタ。

シカラバ一般ノ有界集合ニ対シテハ如何ニ定義スレバヨイカ？ Vasilesco ハ任意ノ集合 E ノ capacité ヲ定義スルノニ $C(\bar{E})$ ヲ以ッテシタガ、コノ定義ハドウモ不自然[7]ダト云フノデ、後程ニナッテ Frostman ヤ De la Vallée Poussin ノ新シイ定義ガ生ズルニ到ッタノデアル。

閉集合ノ場合ハ Wiener ノ定義ニヨルトシ一般ノ集合 E ノ capacité ヲ次ノ如ク定義シヤウ：

$$C(E) = \underset{F \subseteq E}{\mathrm{O.G.}}\, C(F): \qquad F \text{ ハ閉集合}$$

コレハ Frostman, De la Vallée Poussin ノ定義デアル ——— コヽニ注意シテオキタイノハ両氏トモ最初此様ニシテ一般ノ集合ノ capacité ヲ定義シタノデハナリ，コノコトハ必然的ナ一性質トシテ出テ来ルノデアルガ，此処デハ話ノ便宜上只之レヲ定義トシタノデアル。両氏ノ定義ハ夫々異ルガ何レモ極メテ自然ニ定義サレテイル。之レニ関シテハ Frostman: loc. cit. 及ビ De la Vallée Poussin: Extension de la méthode du balayage de Poincaré et le problème de Dirichlet, Ann. Inst. H. Poincaré 1932., 又一般ノ capacité ニツイテハ Vasilesco; la notion de capacité, Actualité s. et I. N.571 (1938) ヲ参照サレタシ。

コレニヨリ Vasilesco ノ定義ト De la Vallée

(註) 次頁ヘ

Poussin, Frostman ノ定義トノ相違ガ判然トシヤウ：

即チ　前者ノ定義ハ　$C(E)=\underset{F\supseteq E}{u.G}\ C(F)$ ------ (1)

後者ノ定義ハ　$C(E)=\underset{F\subseteq E}{o.G}\ C(F)$ -------- (2)

デアル。以下常ニ capacité ト云ヘバ後者ノ定義ヲトルコトニシマス。

シカラバ (II) ナル関係ハ

$$C(\overline{\mathfrak{D}'})=C(\mathfrak{D}')$$

従ッテ定理２ハ次ノ様ニモ述ベラレル。

定理2'.

Jordan 領域 $\mathfrak{D}$ ガ stable ナルタメニハ

$$C(\overline{\mathfrak{D}'})=C(\mathfrak{D}')$$

ナルコトガ必要且充分デアル。

即チ $\mathfrak{D}'$ ナル領域ノ capacité トソノ境界ヲモ含メタ閉領域 $\overline{\mathfrak{D}'}$ ノ Capacité トガ等シイカ，ドウカデアル――或ハ又 $\mathfrak{D}$ ガ stable ナラバ (1) ニヨル $\mathfrak{D}'$ ノ capacité モ (2) ニヨル Capacité ノ定義モ等シクナリ、逆ニ $\mathfrak{D}'$ ノ (1), (2) 何レノ方法ニヨッテモ capacité ガ等シケレバ $\mathfrak{D}$ ハ stable トナルワケデアル。

コノ問題ニ関スル考察ハ是迄シク進ンデイナイノデアリ，

---

(7)　コノ定義ニ従ヘバ有界ナ可附番集合デ capacité >0 ナルモノガ存在スル。

(I) ナル結果ガ正シイノカ又ハ正シクナイノカ，今ノ処私トシテ何トモ明答ヲナシ得ナイ次第デアル。（コノ点ニ関シテ特ニ会員諸士ノ御教示ヲ御願ヒシタイ）。

コノ問題ハ之レニ止メテ，次ニハ Wiener ノ定理ニ相当スル境界点ガ stable ナルタメノ必充條件ヲ求メテ見ヤウ。

（訂正）　前号 379 p. ノ最後カラ二行目，"p ヲ中心トスル……" ハ勿論 "p ヲ頂点トスル" ノ誤リデアル。