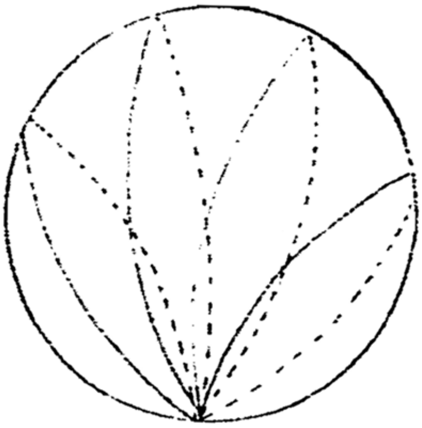
812. Homologiegruppe ト isomorph ナ Homotopiegruppe ヲ持ツ Komplex ニ就テノ訂正，其外

小松　醇郎（阪大）

(i) 前談話 809 ノ定理ニ於テ脚註(4)ハ當ッテ居マセンカラ以下ノ如ク訂正シマス。

$(r+3)$ 次元 Vollkugel ノ表面デアル所ノ $(r+2)$ 次元球面ヲ圖ノ如ク p_j 個ニ分割シ各境界線（$r+1$ 次元球面）ヲ凡テ一点ニ identify スル。次ニ生ズル p_j 個ノ $(r+2)$ 次元球面ヲ互ニ identify シテ一個ノ球面トスル。



Identifizieren ハ表面ダケデ，Vollkugel ノ内部ハソノマヽ．斯クシテ生ズル Komplex $\bar{K}^{r+3}$ デハ $(r+2)$ —次元球面 Z^{r+2} ハ p_j 回加ヘレバ始メテ homotop Null．ソノ p_j 個ノ加法ハ丁度 Homotopiegruppe

$\pi^{r+2}(K^n)$ ノ元ノ加法ニ一致スル。

前読話ノ脚註ノヤリ方デハ之レガ一致シナイ。且ツ又 $\overline{K}^{r+3}$ ニ，余計ナ一次元 Zyklus ガ生ジソノ Ordnung p_j トナル。

(ii) 前読話ニ傍線ヲ附シタ問題，コレハ否定サレル。即チ Homologiegruppe ト Homotopiegruppe ト isomorph（次元 0 カラ n 迄）ナ Komplex ノ Zyklus ハ Sphärisch トハ限ラナイ。

甚ダ trivial ナ例ガ出来ル。例ヘバ S^n ノ異ナル二点，北極ト南極ト，identify シタ Komplex ヲ考ヘレバヨイ。従ッテ前ノ定理ハ trivial デハナイ。

(iii) S^{r+1} カラ S^r $(r>1)$ ヘ wesentlich ナ連続変換ガ存在スル。S^r ヲ Z^r ニシタトキ wesentlich ナ連続変換ガ存在スルタメノ必要且ツ十分ナ條件ハ何カ。一ツノ充分條件ハ次ノ定理ヲ與ヘラレル。

<u>定理</u>． r 次元 Zyklus Z^r ガ S^r カラ Grad 1 ノ連続変換ヲ受ケル。シカラバ S^{r+1} カラ Z^r ヘ wesentlich ナ連続変換ガ存在スル（S^{r+2} カラモ同様）。

<u>Beweis</u>

S^{r+1} カラ S^r ヘノ wesentlich ナ連続変換ヲ φ トスル。S^r カラ Z^r ヘノ Grad 1 ノ連続変換ヲ f トスル。然ラバ $f\varphi : S^{r+1} \longrightarrow Z^r$ ハ wesentlich デアル。若シ Wesentlich デナイトスルナラバ $S^{r+1} \longrightarrow Z^r$ ノ連続変換ノ Schar ψ_t $(0 \leqq t \leqq 1)$ ガ存在シ

$$\psi_0 = f\varphi$$
$$\psi_1 = \text{Konstante Abbildung.}$$
ヲ充ス。

今 $Z^r \longrightarrow S^r$ ヘ grad 1 ノ連続変換ヲ g トスレバ
$$g\psi_t : S^{r+1} \longrightarrow S^r$$
$$g\psi_0 = gf\varphi$$
$$g\psi_1 = \text{Konstante Abbildung } S^{r+1} \longrightarrow p \text{ (一点) } \in S^r.$$
トナル。即チ $gf\varphi : S^{r+1} \longrightarrow S^r$ ナル連続変換ハ unwesentlich デアル。

gf ナル Abbildung ハ $S^r \longrightarrow S^r$ ヘノ grad 1 ノ連続変換，従ッテ Identität ト等シイ Abbildungsklasse ニアル。即チ identische Transformation $S^r \longrightarrow S^r$ ヲ I トスレバ連続変換ノ Schar θ_t $(0 \leqq t \leqq 1)$ ガ存在シ
$$\theta_t : \quad S^r \longrightarrow S^r.$$
$$\theta_0 = I, \qquad \theta_0 = gf$$
ヲ充ス。従ッテ又 $S^{r-1} \longrightarrow S^r$ ヘノ連続変換ノ Schar $\theta_t\varphi$ ガ存在シ
$$\theta_0\varphi = I\varphi = \varphi$$
$$\theta_1\varphi = gf\varphi.$$
故ニ $gf\varphi$ ト φ トハ等シイ Abbildungsklasse ニアル。然ルニ前ハ $gf\varphi$ ハ unwesentlich デアッタ。φ ハ仮定ニヨリ wesentlich ナ Abbildung デアッ

ス。此ノ矛盾ノ生ジタノハ $fg: S^{r+1} \to Z^r$ ガ unwesentlich トシタコトニヨル。　　　　　── 以上 ──

(iv)　S^m ガ K^{m+1} デ homotop 0 トスル。K^{m+1} ノ Q^n ノ中ヘノ連続変換 F ガ與ヘラレ F ニヨリ S^m ハ Zyklus $Z^p \in Q^n$ ニ wesentlich ニ移ツタトスル。而モ $Z^p \nsim 0$ in Q^n ナルコトガ可能デアル。即チ homotop Null ノ Zyklus ガ $\nsim 0$ ナル Zyklus ニ wesentlich ニ移ル例ガ出来ル。

以下ノ例ハ次元 $n = p+2$, $m = p+1$ デアル。$m = p$ ナラバ明カニ左様ナコトハアリ得ナイ。$n = p+1$ ノ場合, 同様ナ例ガ出来ルカドウカ是ハ分ラナイ。

例. K^{m+1} トシテ S^m ヲ Rand トスル Vollkugel ヲ取ル。S^m カラ $S^p (p+1 = m)$ ヘ wesentlich ナ abbildung ヲ f トスル。f ハ Simpliziale abbildung トスル。然ラバ一般ニ S^p ノ一点 x ノ Urbild ハ一次元 Zyklus. 今ソノ Zyklus ノ中デ Zusammenhängend ナモノニ分ケレバ

$$f^{-1}(x) = Z_1' + Z_2' + \cdots + Z_n'$$

此ノ Z_i' ヲ夫々一点 y_i (im S^m) ト考ヘル。コレヲ S^p ノ凡ベテノ点ノ Urbild ニツキ行フ。即チ一点ノ Urbild デ Zusammenhängend ノ部分ヲ identifizieren スル, 生ズルモノハ p 次元 Pseudomannigfaltigkeit. Z^r. (証略).

$S^{m+1} \longrightarrow Z^p$ ナル連続変換ヲ g トスレバ, コレハ

wesentlich.

∵ $S^{m+1} \xrightarrow{g} Z^p \xrightarrow{f'} S^p$，但シ$f'g = f$トスル

f'．ハ wesentlich (作圖). 之カラ g ノ wesentlich ハ(iii)ト同様ニ言ヘル。

今K^{m+1}デ Rand ノ S^mヲカ様ナ identifizieren シテ生ズル Komplex ヲ Q^{m+1}トスル。求ムル$K^{m+1} \longrightarrow Q^{m+1}$ノ連續変換$\Gamma$ハ，表面ハ$S^m \xrightarrow{g} Z^p$ナル對應．内部ハ$K^{m+1}$ト$Q^{m+1}$ト homeomorph ダカラ元ノマヽノ identisch ノ對應Iデ宜シイ．結局証明スルコトハ

$$Z^p \neq 0 \quad \text{in } Q^{m+1}$$

$$\dot{C}^m \ (p+1=m) = Z^p \quad \text{in } Q^{m+1}$$

トスル。

$C^m \in Q^{m+1}$． 故ニ同様ニK^{m+1}ニモ存在スル。

從ツテ$\dot{C}^m$（精シクハ$I^{-1}(C^m)^{\cdot}$）ハ$S^m \subset K^{m+1}$ノ中ニ存在スル，即チZ^pト homeomorph ナ Zyklus $\dot{C}^m$ガS^mノ中ニ存在スル。且ツソノ Zyklus $\dot{C}^m$ハ gニヨリ$Z^p \in Q^{m+1}$ニ wesentlich ニ移ッタ。然ルニ$\dot{C}^m \sim 0$ in S^m.

故ニ$S^m \xrightarrow{g} Z^p$ニ於テ$\dot{C}^m$ハZ^pニ grad 0 ニ移ル筈。從ツテ unwesentlich ニ移ル（f'ヲ使ッテS^pニマデ持ッテ行ケバ明カ）．此ノ矛盾ハ$Z^p \sim 0$ in Q^{m+1}トシタコトニヨル。 —— 以上 ——