# 828. Mannigfaltigkeit ヘノ連続変換 III

小松　醇郎（阪大）

<u>定理 I</u>　Komplex $K^n$ ガ Mannigfaltigkeit $M^n$ ニ wesentlich auf ニ abbilden サレレバ $K^n$ ノ或ル Überdeckung ニ関シテ $\neq 0$ ナ 0-Zyklus $Z^n$ ガ存在スル。

コレハ本誌、第189号、談話818、533頁終リニ述ベタコトデアルガ証明ハソウ簡単デハナカッタ。又次元ヲ更ヘテ $K^m$ ガ $M^n$ ヘトシタトキハ具合ノ悪イトコロガ出テ来ル。

先ヅ $S^m \longrightarrow M^n$ ノ wesentlich auf ナ Abbildungsklasse ヲ Charakterisieren スル問題ヲ調ベル。

<u>定義</u>.　$\pi^m(M^n)$ ノ元ノ中デ $S^m$ ノ Bildmenge ガ高々 $(n-1)$ 次元ニナルヤウナ元凡ベテハ $\pi^m(M^n)$ ノ部分群ヲ成ス。

ソレニ関スル Faktorgruppe $\mathfrak{U}^m(M^n)$ ハ、ソノ元 $(\neq 0)$ ヲ表ハス所ノ Bildmenge ハ凡テ $n$ 次元デアル。

$|f(S^m)| = |M^n|$ (Punktmenge トシテ)，此ノ $f$ ヲ表ハス元 $\alpha$ $(\in \mathfrak{U}^m(M^n)) \neq 0$ トスル. 今 $Z^{n-1}$ ヲ一点ニ Identifizieren シテ Sphäre $S^n$

ヲ考ヘレバ $f$ ハ $S^m \to S^n$ 故ニ $\pi^m(S^n)$ ノ或ル元 $h(\alpha)$ ガ對應セシメラル. 對應

$$h:\ \alpha \longrightarrow h(\alpha)$$

ハ $\mathfrak{U}^m(M^n) \longrightarrow \pi^m(S^n)$ ノ homomorph in ノ對應デアル. $\mathfrak{U}^n(M^n) \longrightarrow \pi^n(S^n)$ ハ isomorph in デアル. 即チ $S^n \longrightarrow M^n$ ナル wesentlich auf ナ Abbildung ハ $(n-1)$ 次元以下ヲ無視スレバソノ Grad デ Charakterisieren サレル。

補助定理 1. $M^n$ ガ單純連結ナラバ上ノ對應 $h$

$$\mathfrak{U}^m(M^n) \longrightarrow \pi^m(S^n)$$

ハ isomorph in デアル。

<u>証明</u>: 對應ガ isomorph デナイトシテ Kern ニ含マレル元 $\alpha \neq 0$ ヲトレバ $\alpha$ ヲ與ヘル連續變換 $f$ デハ $|f(S^m)| = |M^n|$. $q \in M^n$, $q \,\bar{\in}\, Z^{n-1}$ ノ原像 $f^{-1}(q)$ ハ $M^n$ 單純連結ナル故ニ, 一ツノ $(m-n)$ 次元 Mannigfaltigkeit $M^{m-n}$ デアル。[1] $n$−單体 $T^n$ (開集合), $T^n \ni q$ ヲトレバ $f^{-1}(T^n)$ ハ $M^{m-n}$ トル單体トノ topologisches Produckt デアル。即チ

$$f^{-1}(T^n) = T^n \times M^{m-n}$$

且ツ $f^{-1}(T^n)$ ノ境界ハ $f$ ニヨリ $\dot{T}^n$ ニ移ル. 此ノ局部的

---

1) H. Freudenthal: Über die Klassen der Sphärenabbildungen. I. Comp. Math. 5 (1937). 299

ノ変換 $f$ ヲ $S^m \longrightarrow S^n$ ニ erweitern[2] スレバ假定ニヨリ $\pi^m(S^n)$ ノ0元ニナル. $\alpha$ ヲ與ヘル変換 $f$ デ $Z^{n-1}$ ヲ一点ニ Identifizieren シタモノデアル。

$\pi^m(S^n)$ ノ0元ダカラ, $f$ ト等シイ Klasse デ $g$, 從ッテ又 $T^n$ ノ原像ガナイ(空集合)モノ存在ス。之レハ $Z^{n-1}$ ヲ Identifizieren シタ一点ノ原像ヲ fixed ニシテ出来ル。

從ッテ之レハ $f: S^m \longrightarrow M^n$ ノ変換ト考ヘタ場合ニ wesentlich auf デナイ. 之レハ $u^m(M^n)$ ノ0デナイ元 $\alpha$ ニ矛盾スル. 故ニ $h: u^m(M^n) \longrightarrow \pi^m(S^n)$ ハ isomorph.

補助定理2。$S^m \longrightarrow M^n$ ノ wesentlich auf ナ Abbildungsgruppe $u^m(M^n)$ ハ $p\pi^m(S^n)$* ニ homomorph in ニ zuordnen サレル。

<u>証明</u>: lemma 1 ノ假定。即チ $M^n$ 単純連結ナル條件ヲ除イタモノデアル。$M^n$ ノ universelle Überlagerungsraum $\tilde{M}^n$ ヲ作ル. $M^n$ 及ビ $\tilde{M}^n$ 共ニ kompakt デアル。

---

2) L. Pontrjagin: A classification of continuos transformations of a complex into a sphere I. Comptes Rendus (Moscon) 19 (1938)

* $p$ ハ整数. $\pi^m(S^n)$ ノ元凡テヲ $p$倍シタモノノ作ル部分群. $p$ ハ $M^n$ ニ関シテ一意ニ定ル数。

$\pi^m(M^n)$ ト $\pi^m(\tilde{M}^n)$ トハ isomorph デアル。
(W. Hurewicz).

$u^m(M^n)$ ト $u^m(\tilde{M}^n)$ トハ isomorph デアル.
$\tilde{M}^n \to M^n$ ノ überdecken スル変換ヲ $\varphi$ トスレバ $u^m(M^n)$ ヲ與ヘル連続変換 $g$ ハ $u^m(\tilde{M}^n)$ ヲ與ヘル連続変換 $f$ ニ $\varphi$ ヲ加ヘタモノデアル。即チ

$$f:\ S^m \longrightarrow \tilde{M}^n$$

$$g:\ S^m \xrightarrow{f} \tilde{M}^n \xrightarrow{\varphi} M^n$$

$g=\varphi f$ ヲ $f \xrightarrow{\varphi} g$ トシテ $u^m(\tilde{M}^n)$ ノ $u^m(M^n)$ ヘノ isomorph ノ Zuordnung ヲ表ハセル。$\tilde{M}^n$ ハ $M^n$ ノ一点 $q$ ヲ Spur トシテ $p$ 個ノ原像ヲ持ツトスル。

lemma 1 デ $\quad u^m(\tilde{M}^n) \xrightarrow{\tilde{k}} \pi^m(S^n)$ ハ

isomorph in

$$u^m(\tilde{M}^n) \xrightarrow{\varphi} u^m(M^n)$$

isomorph auf.

故ニ $\quad u^m(M^n) \xrightarrow{\tilde{k}\varphi^{-1}} \pi^m(S^n)$

isomorph in.

$\tilde{k}\varphi^{-1}$ ナル對應ヲ幾何學的ニ考ヘル。

$\alpha \in u^m(\tilde{M}^n)$, $\quad \tilde{k}(\alpha) \in \pi^m(S^n)$

$\varphi(\alpha) = \beta \in u^m(M^n)$, $\quad k(\beta) \in \pi^m(S^n)$

$\alpha$ ト $\beta$ ト isomorph ノ對應デアルガ $\tilde{k}(\alpha)$ ト $k(\beta)$ トノ関係ハ

$$k(\beta) = p\,\tilde{k}(\alpha).$$

$Z^{n-1}$ ヲ一点ニ縮メル Operation デ $\tilde{k}$ ハ isomorph, $k$ ハ homomorph. $k(\mathfrak{u}^m(M^n)) \to p\tilde{k}(M^m(\tilde{M}^n))$ デアル。

然シ代數的對應デハ

$$\varphi: \mathfrak{u}^m(\tilde{M}^n) \longleftrightarrow \mathfrak{u}^m(M^n)$$

isomorph auf ダカラ $\mathfrak{u}^m(M^n)$ ノ Abbildungsklasse ハ $\tilde{k}(\mathfrak{u}^m(\tilde{M}^n))$。

即チ Hypergrad デ Charakterisieren 出來ル. 然シ $\tilde{M}^n$ ヲ持ッテ來ズニ $M^n$ ダケデハ $\longrightarrow p\pi^m(S^n)$ デ homomorph デアル。特ニ $m=n$ ナラバ $p\pi^n(S^n)$ ハ $\pi^n(S^n)$ ノ部分群デアルガ同時ニ $\pi^n(S^n)$ ト isomorph auf デアル。即チ $\mathfrak{u}^n(M^n)$ ハ $p\pi^n(S^n)$ ニ isomorph in デアル。

<u>定義</u> 部分群 $k(\mathfrak{u}^m(M^n))$ ヲ $\pi'^m(S^n, M^n)$ デ表ス。

$\pi^m(M^n)$ ハ原点ノ取リ方ニ從ヒ, 換言スレバ $M^n$, 閉道 $w$ ニ對シ Automorphismus $\gamma_w$ ヲ受ケル。(Eilenberg, 安倍亮)

補助定理3. $\mathfrak{u}^m(M^n)$ ハ閉道 $w$ ニ對シ Automorphismus $\gamma_w$ ハ identisch ナモノデアル。$\mathfrak{K}^m(M^n)$ ノ記号(安倍亮)デハ

$$w^{-1}\alpha w = \alpha, \quad \alpha \in \mathfrak{u}^m(M^n)$$

<u>証明</u>: $\alpha' = w^{-1}\alpha w$, $\alpha' \neq \alpha$ トシテ, $\alpha$, $\alpha'$ ヲ與ヘル Abbildung $S^m \longrightarrow M^n$ ヲ $f$, $f'$ トス. 之レヲ $\tilde{M}^n$ ヘノ変換ニ直セバ $g = \varphi^{-1} f$, $g' = \varphi^{-1} g$.

$\varphi^{-1}(\alpha) \neq \varphi^{-1}(\alpha')$.

茲デ isomorph ノ對應 $\widetilde{h}$ ヲ行ヘバ $\widetilde{h}\varphi^{-1}(\alpha) \neq \widetilde{h}\varphi^{-1}(\alpha')$, 即チ $\pi^m(S^n)$ ノ異ナル元、然ルニ $\alpha' = w^{-1}\alpha w$ ナル假定カラ明ラカニソノ hypergrad ハ等シイ。$\widetilde{h}\varphi^{-1}(\alpha) = \widetilde{h}\varphi^{-1}(\alpha')$.

—— 以上 ——

補助定理4. $\lambda^{m-1}(Z^{n-1})$ [3] ハ $\pi^m(S^n) - \pi'^m(S^n; M^n)$ ニ homomorph in ニ abbilden サレル. 特ニ $m = n$ ナラバ homomorph auf デアル。

証明: $\alpha \in \lambda^{m-1}(Z^{n-1})$ ヲ與ヘル連續變換 $f: S^{m-1} \longrightarrow Z^{n-1}$ トスル。$\dot{E}^m = S^{m-1}$ トスレバ $f$ ハ $E^m$ マデ $M^n$ ヘ erweitern 出來ル. $F: E^m \longrightarrow M^n$ デ $Z^{n-1}$ ヲ一点ニ Identifizieren スレバ $\pi^m(S^n)$ ノ或ル元 $\beta$ ヲ與ヘル。

$$\alpha \longrightarrow \beta$$

ハ mod. $\pi'^m(S^n)$ デ eindeutig デアル。

eindeutig デナイトスレバ $E^m$ ヘノ他ノ Erweiterung $F'$ デ $F': E^m \longrightarrow M^n$ デ $\beta'(\neq\beta)$ ヲ與ヘル、二ツノ $E^m$ ハ Rand デ abbildung ハ $f$ ニ等シイ. 二ツ合セルト $S^m$ ノ變換ト考ヘラル。従ツテ $\pi'^m(S^n)$ ノ或ル元デアル. 然ルニ之ハ $\beta - \beta'$ デアル。

---

3) 本誌第189号ニ Mannigfaltigkeit ヘノ連續變換II. 定理14ハ一般ノ $m$ デハ出來ナイト思フ。

$\therefore\quad \beta-\beta'\equiv 0 \quad \mathrm{mod.}\ \pi'^{m}(S^n)$

對應 $\lambda^{m-1}(Z^{n-1}) \longrightarrow \pi^m(S^n)-\pi'^m(S^n)$ ハ Homomorphismus デアル。auf カドウカハ分ラナイ。

$\lambda^{m-1}(Z^{n-1}) \longrightarrow \pi^m(S^n)-\pi'^m(S^n)$ ノ homomorphes Bild ヲ $\pi^m(S^n)$ ノ中ノ代表元デ表ハシテ $h(\lambda^{m-1}(Z^{n-1}))$ トスル。從ッテ $\alpha\in\lambda^{m-1}(Z^{n-1})$ ニ上ノ操作デ對應スル元ハ $h(\alpha)+\pi'^m(S^n)$ デアル。

<u>定義</u>: $\alpha\in\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$。$\beta\in\pi'^n(S^n)$ トシ凡エル paar $(\alpha, h(\alpha)+\beta)$ ハ abel 群ヲ作ル。ソレヲ $\mathfrak{G}$ トスル。記号デ $\mathfrak{G}=(\lambda^{n-1}(Z^{n-1}),\ h(\lambda^{n-1}(Z^{n-1}))+\pi'^n(S^n))$ ト表ス。

$$(\alpha,\ h(\alpha)+\beta)+(\alpha',\ h(\alpha')+\beta')$$
$$=(\alpha+\alpha',\ h(\alpha)+h(\alpha')+\beta+\beta'),$$

茲ニ $h(\alpha+\alpha')=\beta''\in\pi'^n(S^n)$ ナラバ

$$=(\alpha+\alpha'。\ \beta''+\beta'+\beta)$$

$Z^{n-1}$ が $(n-1)$ simple デナイナラバ weg $w$ ニ対シテ $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ハ Automorphismus $\gamma_w$ ヲ受ケル. $h(\lambda^{n-1}(Z^{n-1}))$ ハ明ニ $w$ ニ関シナイ. 從ッテ群 $\mathfrak{G}$ ハ Automorphismus $\gamma_w$ ヲ受ケテ

$$\gamma_w(\alpha,\ h(\alpha)+\beta)=(\gamma_w\alpha,\ h(\alpha)+\beta)$$
$$=(\gamma_w\alpha,\ h(\gamma_w\alpha)+\beta)$$

<u>定義</u>: Komplex $K^n$ ノ頂点ニ順序ヲ附ス. 各

單体ニ，ソノ頂点ノウチデ最始ノ番号ノ頂点ヲ對應サス。

$$T_1^i \longrightarrow p_1$$

ingident ナ Simplex $T_1^i > T_2^{i-1}$ ニ對シテ對應スル頂点 $p_1$, $p_2$ ガ定マル。

$$p_1 \text{------} p_2$$

今 $K^2 \longrightarrow M^n$ ナル連続変換 $f$ ガ與ヘラレタトスレバ $p_1$ ト $p_2$ トヲ結ブ Strecke $\overline{p_1 p_2}$ ハ $M^n$ ノ一ツノ weg. $K^n$ ノ凡ベテノ頂点ハ $M^n$ ノ一点ニウツストスレバ閉道ニナル。

$$f(\overline{p_1 p_2}) = w \subset M^n$$

ingident ナ單体 $(T_1^i, T_2^{i-1})$ ニ對シ閉道 $w$ ガ對應スル。群 $\lambda^{m-1}(Z^{n-1})$ ハ閉道 $w$ ニ対シ Automorphismus $\gamma_w$ ヲ受ケル．從ツテ $(T_1^i, T_2^{i-1})$ ニ対シ群 $\mathfrak{G}$ ノ Automorphismus $\gamma_w$ ガ對應スル．此ノ對應ハ Überdeckung ノ條件ヲ充ス。[4]

即チ $K^n$ デ係數群ヲ $\mathfrak{G}$ トシ Ingidenz Automorphismus $\gamma_w$ ヲトル Überdeckung ヲ $U_f$ デ表ス。$K^2 \longrightarrow M^n$ ノ変換 $f$ ニ depend スル。

<u>定理1ノ証明</u>：

$\dot{T}^n$ ハ $f$ ニヨリ $Z^{n-1}$ ニ移ル．故ニ $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ノ或ル元 $\alpha$，又 $T^n$ ノ中マデ $f$ 定義出来テ居ルカラ $Z^{n-1}$ ヲ一

4) 本誌第189号．P.532

点ニ Identifizieren スルコトニ依リ $h(\alpha)+\beta$ ヲ表ス。コヽニ $\beta\in\pi^{\prime n}(S^n)$. 従ッテ各 $n$-単体 $T_i^n$ ニ對シ $\mathfrak{G}_f$ ノ元 $(\alpha_i, h(\alpha_i)+\beta_i)$ ガ一意ニ定マル。

代數複体 $f^n: T_i^n \longrightarrow (\alpha_i, h(\alpha_i)+\beta_i)$ ハ 0-Zyklus デアル。コノ $f^n$ ハ Überdeckung $\mathfrak{U}_f$ デ $\nsim 0$ デアル。$\sim 0$ ト假定スレバ次ノ複体 $f^{n-1}$ ガ存在スル。

$$f^{n-1}: T_j^{n-1} \longrightarrow (\alpha_j, h(\alpha_j)+\beta_j)$$

$$g_0 f^{n-1} = f^n.$$

$T^n\times t$ $(0\leqq t\leqq 1)$ ニ對シ Abbildung F ヲ次ノ如ク作ル。

$\underline{F(T^n\times 0)} \equiv f(T^n)$

$\underline{F(T_k^{n-2}\times t)} \equiv f(T_k^{n-2})$, $t =$ independent.

$\underline{F(T_j^{n-1}\times 1)}$. $T_j^{n-1}$ ノ最始ノ頂点 $p_j$ ニ関シテ, $T_j^{n-1}\times 0 - T_j^{n-1}\times 1$ ノ変換ガ $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ノ $\alpha_j$ ヲ與ヘルヤウニトル。

$\underline{F(T_j^{n-1}\times t)}$ 上ノ作リ方カラ此ノ境界 $T_j^{n-1}\times 0 + \sum_k T_k^{n-2}\times t - T_j^{n-1}\times 1$ ノ変換ハ $\alpha_j$, 従ッテソノ $n$ 次元ノ Vollkugel ノ変換トシテ $h(\alpha_j)+\beta_j$ ヲ與ヘル様ニトル。

$\underline{F(T^n\times 1)}$ 此ノ境界ハ $\sum_j T_j^{n-1}\times 1$. 此ノ変換ハ上ニ與ヘタガ最始ノ頂点 $p$ ニ関スル $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ノ元ハ $\mathfrak{v}$ デアル。$g_0 f^{n-1} - f^n = 0$ ナル假定カラ

$\sum_j \gamma_j\alpha_j - \alpha = 0$, 茲ニ $\gamma_j$ ハ線分 $pp_j$ ガ $f$ ニヨリ

$M^n$ ノ weg ニ移リ、ソノ weg ニヨル $\lambda^{n-1}(\mathfrak{Z}^{n-1})$ ノ Automorphismus デアル。従ッテ $F(T^n\times 1)\subset \mathfrak{Z}^{n-1}$ ニ作ルコトヲ得。

<u>$F(T^n\times t)$</u> $\quad (T^n\times t)^{\cdot}=T^n\times 0+\sum_j T_j^{n-1}\times t-T^n\times 1$. 境界ニハ既ニ F ヲ與ヘタ. $\pi^n(M^n)$ ノ或ル元ヲ表ハス。

補助定理 1, 2 ニヨリ $\pi'^n(S^n)$ ノ元ヲ一意ニ表ハス. 然ルニ $g_0 f^{n-1}-f^n=0$ カラソノ元ハ

$$T^n\times 0 \to h(\alpha)+\beta,$$
$$T_j^{n-1}\times t \to h(\alpha_j)+\beta_j,$$
$$T^n\times 1 \to 0$$

即チ 0 元 補助定理 2 ニヨリ, 従ッテ $\mu^n(M^n)$ ノ 0 元デアル. 従ッテ $F(T^n\times t)^{\cdot}$ ハ $\pi^n(M^n)$ ノ元ノウチ wesentlich $n$ デナイ元ヲ表ス. 故ニ $F(T^n\times 1)$ ノ変換ヲ $\mathfrak{Z}^{n-1}$ 内デ適當ニトレバ $\pi^n(M^n)$ ノ 0 元ニトレル. 従ッテ $F(T^n\times t)$ ニ erweitern 出来ル.

以上ニヨリ $f^n\sim 0$ ナラバ $f(T^n)$ ハ $F(T^n\times 1)\subset\mathfrak{Z}^{n-1}$ ニ homotop. 即チ $f(K^n)$ ハ wesentlich auf デナイ。——以上——

<u>定理 **2**</u>. $f(K^{n-1})\subset\mathfrak{Z}^{n-1}$, $f(\dot{T}^n)\to\alpha\in\lambda^{n-1}(\mathfrak{Z}^{n-1})$ ナルトキ $\mathfrak{U}_f$ ニ関シ $T^n\to(\alpha, h(\alpha)+\beta)$ ナル $n$ 次元 Oberer Zyklus $\neq 0$ ガ存在スルナラバ $f$ ハ $K^n$ マデ $M^n$ ニ erweitern サレテソレハ wesentlich auf デアル。

<u>証明</u>: $f$ ガ $K^n$ 迄 erweitern 出来且ツ $T^n$ ノ内部ハ $\pi^n(S^n)$ ノ $h(\alpha)+\beta$ ナル元ヲ表ハスヤウニ出来ルコトハ明カ。今コレガ wesentlich auf デナイトスルナラバ $K^n\times t$ $(0\leqq t\leqq 1)$ ノ Abbildung $F_t$ ガ存在シ

$$F_1(K^n\times 1)\subset Z^{n-1},\quad F_0(K^n\times 0)\equiv f(K^n)$$

ト出来ル。$F(p\times t)$ ハ $Z^{n-1}$ ノ閉道 $w_p$. $F(T_j^{n-1}\times t)'$ ハ $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ノ元 $\alpha_j$ ヲ表ハス。

但シ基準点ハ $p_j\times 0$ ニトル。$p\times 0$ ヲ基準ニシタ $(T^n\times 0)'+\sum_j(T_j^{n-1}\times t)'$ ノ $F$ ニヨル $\lambda^{n-1}(Z^{n-1})$ ノ元ハ $\alpha+\sum_j \gamma_j\alpha_j$.

之レヲ $p\times 1$ ノ基準ニ移セバ $F(p\times t)=w_p$ トスレバ

$$\gamma_p\left(\alpha+\sum_j\gamma_j\alpha_j\right)\in\lambda^{n-1}(Z^{n-1}).$$

是レハ $F(T^n\times 1)'$ ノ表ス元。$F(T^n)\subset Z^{n-1}$ デアルカラ

$$\gamma_p\left(\alpha+\sum_j\gamma_j\alpha_j\right)=0$$

即チ $\alpha=-\sum_j\gamma_j\alpha_j$

又 $F(T^n)$, $F(T_j^{n-1}\times t)$ $(F(T^n\times 1))$ ニヨル $\pi^n(S^n)$ ノ元ハ夫々 $h(\alpha)+\beta$, $h(\alpha_j)+\beta_j=h(\gamma_j\alpha_j)$

$+\beta_j$, 0 デアツテ

$$F(T^n \times t)' \longrightarrow h(\alpha)+\beta+\sum_j h(\alpha_j)+\beta_j$$

$$= 0 \in \pi^n(S^n).$$

故ニ $h(\alpha)+\beta = -\sum_j h(\alpha_j)+\beta_j$

故ニ $(n-1)$ 次元代數複体

$$f^{n-1}: -T_j^{n-1} \longrightarrow (\alpha_j,\ h(\alpha_j)+\beta_j)$$

ヲトレバ $g_0 f^{n-1} = f^n$.

—— 以上 ——

定理 3. Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}^n$ ガ Mannigfaltigkeit $M^n$ ニ wesentlich auf ニ abbilden サレ $\mathfrak{M}^{n-1}$ ガ $Z^{n-1}$ ニ移ルナラバ $\mathfrak{M}^n$ ニ普通ノ 0-Zyklus $Z^n \neq 0$ ガ存在スル。5)

次ニ $K^{n-1} \longrightarrow Z^{n-1}$ ニ移ス abbildung $f$ ヲ $K^n$ マデ $M^n$ ニ二通リニ erweitern スルトキソノ二ツノ abbildung $F_1$, $F_2$ ガ homotop ナルタメノ條件ハ何カ。必要條件ハ中々難カシイ. 充分條件トシテハ $T^m$ ノ境界デハ $F_1$, $F_2$ 一致スルカラ二ツ合セテ一方デハ $F_1$, 他方デハ $F_2$ トシタトキ $S^m \longrightarrow M^n$ ト考ヘラレ $\pi^m(M^n)$ ノ元ヲ表ス. 之レヲ $K^m$ ノ各 $T^m$ ニツキ行ヒソノ元ヲ對應サセルト $Z_0^m$ デアル。

---

5) 本誌第 190 号. Überdeckung ノ Homologiegruppe 定理 2.

定理4 $Z_0^m \sim 0$ ナラバ $F_1$ト $F_2$ ト homotop デアル。

証明略.