

# 856. 確率法則ノ分解ニ就テ

河田 龍夫 (仙台副)

確率変數  $X$  がニツノ独立変數ノ和  $X_1 + X_2$  トシテ表ハサレルトキ、換言スレバ  $X$  ノ特性函數  $f(t)$  が  $X_1, X_2$  ノ特性函數  $f_1(t), f_2(t)$  ノ積トシテ表ハサレルトキ  $X$  ハ  $X_1$  或ハ  $X_2$  = 依ツテ *divisible* ナルト云フ。ヨク知ラレタ如ク一般ニ *divisibility* ハ *unique* ナリ即チ

$$f(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) = f_1(t) f_3(t)$$

( $f_1, f_2, f_3$  ハ特性函數)

ガ成立シ  $f_2(t) \neq f_3(t)$  ナルコトガアル。併シ  $f(t)$  ガ無限分解可能(確率変數)トキハ *divisibility* ハ *unique* ナル。コレハ無限分解可能トキハ  $|f(t)| > 0$  ( $t$ : real) ナルコトヨリ明カデアアル。

サテ  $f_2(t') \neq f_3(t')$  ナル  $t'$  ガアレバ  $f_2(t) \neq f_3(t)$  ガ  $a < t < b$  ナ成立スル如キ *interval*  $(a, b)$  ガ存在スル。(  $f_2, f_3$  ガ連続デアアルカラ) 隨ツテ  $f(t)$  ガ如何ナル小區間ニ於テモ決シテ零トナラナケレバ *divisibility* ハ *unique* ナル。故ニ  $f(t)$  ガ *non-vanishing* ノ性質ヲ持ツタメノ條件ガ *divisibility* ガ *unique* ナルタメノ條件トナル。

コノ考ヘテ次ノ定理ガ得ラレル。コレハ最近筆者ガ東北數學雜誌テ "Non-vanishing of functions and

related problems" の表題、下 = マッタモ / デアル。

定理 1.  $X$  の distribution function  $\sigma(x)$  トスル  $\epsilon$  レアル常数  $a > 0$  対シテ  $u \rightarrow +\infty$  ノトキ

$$(1) \quad \sigma(-u+a) - \sigma(-u-a) = O(e^{-\theta(u)})$$

デアルトスル。コト =  $\theta(u)$  ノ  $u > 0$  テ定義サレタ 増加函数デ

$$(2) \quad \int_1^{\infty} \frac{\theta(u)}{u^2} du = \infty$$

トスル。ソウスルト  $X$  ノ divisibility ノ unique デアル。

定理 2.  $x < 0$  テ  $\sigma(x)$  ガ step-function テソノ spectrum  $\mu_n$  ( $\mu_n > 0$ ) トスル。ソシテ

$$(3) \quad \infty > \beta \geq \frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} \geq \alpha > 1$$

トスル。ソウスルト  $X$  ノ divisibility ノ unique デアル。

上ノ定理 1 デ (2) ノ是レ以上 エルメラレナイコトハ殆ド確カテ example ヲ與ヘ得ルデアロウト考ヘテキル。併シ定理 2 ノ証明ハ相當 = 複雑デ之ガ簡單 = 証明サレレバ面白イト思ハレル。又 (3) ガモット エルメラレルト是モ面白イト考ヘテキル。誰カ考ヘテ戴キタイノデスガ。