899. リーまん面ノ寫像函數ノ次數評價ニ就イテ II

小林　善一（東京高師）

前回 I デ誤ッテ居タ点ヲ先ヅ訂正御詫ビ致シマス。「複体 T ノ部分 T^t ニ於テ其ノ境界ガ代数又ハ正則ナル元範囲ニ属シテ居ルトキ，若シ T^t ニ属スル岸ガ残リヨリ大キイトキハ残リノ方ヲ直径トスル半円ヲ角谷面 K ノ對應スル範囲ニ書キ」ト書キマシタガ，夫レデハ曲線 Θ_t ノ性格ガ変ッテ若干ノ単一閉曲線ニ分レ且ッ T^t ノ節点ノ箇数 $\nu(t)$ ヨリ大キナモノヲ使ハナクテハイケナイ場合ガ起リマス。夫レ故 Θ_t ノ性格モ Θ_t デ包囲サレル K ノ面分ニ於ケル節点ノ箇数モ T^t デ數ヘラレル様ニスルタメニ次ノ如ク訂正致シマス。

T^t ガ代数又ハ正則ナル元範囲 E ニ面シテ居ルトキ E ノ周デ T^t ニ属スル若干ノ線分ノ中何レカ一ッガ E ノ全周ノ $\frac{1}{2}$ 又ハ $\frac{1}{2}$ ヨリ大デアルトキハ，此ノ線分ヲ直径トスル半円ダケヲ其ノ余線分ヲ直径トスル半円ニ替ヘル．他ノ円周ハ変ヘナイコトヽスル。然ルトキハ他ノ議論ハソノマヽデヨロシイト思ヒマス。定理ノ述ベ方モ此ノ様ニ変ヘマス。

I カラ直チニ思ヒ付キ得ル注意ヲ二三述ベマス．

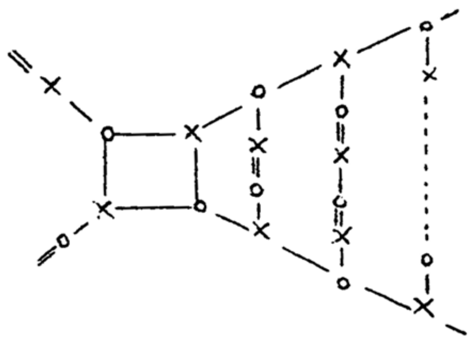
1．曲線系 Θ_t ハ t ノ孤立値デ不連續デヨイコトカラ，線系系列 T^t 自身ハ必ズシモ *Generation* ニ頼ラナクテモヨイ訳デスカラ，複体 T カラ次ノ條件ヲ満足スル複体系列 $\{T_n\}$ ヲ考ヘル。

1° T_n ハTノ單体ノ有限集合デTニ關シテ單一連結デアルコト。（T_n ノ任意ノ二ツノ單体ハ T_n ノ單体列デ結ベルコト。T_n カラ閉ヂル單体列ガトレヽバソレニ包囲サレルTノ部分ハ T_n ニ屬スルコト）

2° $T_n \subset T_{n+1}$，特ニ T_1 ハ少クトモ一ツノ單体ヲ含ムコト。

3° T_n カラ出発スルTノ單体ハスベテ T_n ニ屬スルコト。

然ルトキハ T_n ノ岸ノ長サヲ $\sigma(n)$ トスルト $\sum^{\infty} \frac{1}{\sigma(n)}$ ガ發散スレバ面Fハ抛物型デアル。例ヘバ圖ノ如キ複体ハ抛物型デアルコトガ知ラレル。



之レヲ Generation ニノミ頼ッテハ判定出来ナイ。然シ系列 $\{T_n\}$ ノ最モ簡單ナ取リ方ハ矢張リ Generation ニ頼ッテ作ッタモノデアル。

之ヲ次數ニ結ビ付ケルニハ T_n ニ之レカラ出発スルTノ單体ノ $t-(n-1)$ ダケノ部分ヲツケ加ヘタモノヲ T^t トスレバヨロシイ。即チ T^t ノ岸ノ長サヲ $\sigma(t)$ トスレバ，對應スルFノ次數ハ同様ニ $\frac{1}{4} \overline{\lim_{t\to\infty}} \frac{\log \nu(t)}{\int_{t_1}^{t} \frac{dt}{\sigma(t)}}$ デ上カラ評價サレル。今度ハ $\nu(t)$ ノ方ハ大キクナル故，Generation ニ頼ッテ評價出来ル場合ニ結果ガヨクナルカドウカハ分ラナイ。上ノ圖デハ次數ノ評價ハ4。

T_nが代數（正則）元範囲ニ面スルトキ$\sigma(t)$ハモ少シ小サク出来ルコトハIト同様デアル。代數分岐点ノ勢力ガ強イ面ニ対シテ決定的ナ數値ヲ與ヘル迄ニハ何レニシテモ行ツテ居ナイヤウデス。

2\. $n(r,a)$ハ次ノ性質ガ使ハレテ居ル。
面分ノ函數デアルコト．單調増加（面分ガ増加スレバ函數値ハ減少シナイコト）寫像ニ関スル不変ナル函数デアルコト。

此ノ様ナ函數トシテハ$n(r,a)$ノ外ニ平均葉數
$S(r)=\frac{1}{\pi}\int n(r,a)\,d\mu(a)$，最大絶対値$M(r)$，最大変形度$D(r)$等ガアリ，之レ等ハスベテ上ノ評価ニ使ヘル訳デスが，複体ニニラミ合セルト矢張リ$n(r,a)$が便利ノヤウデス。

3\. Ahlfors ノ不等式カラハ$\lambda>0$ニ對シテ

$$e^{\lambda}\left(u_1(t)-u_2(t_1)\right)\geqq e^{2\pi\lambda\int_{t_1}^{t}\frac{dt}{\Theta(t)}}-8\pi\lambda$$

が成立スル。$u_1(t)$ノ不連続点ニ注意ヲスレバ，例ヘバ有限箇ノ週期端ヲ有スル（或ハ之ニ類似ノ）りーまん面ハ normal type ニ属スルコトが云ヘマス。

4\. 角谷氏ノ指摘サレタ通リ準等角寫像ニ際シテ変形度ヲ$q(k)$トシ

$$\Theta(t)=\int_{\Theta_t} q(k)\,|dk|$$

トオケバ Ahlfors ノ歪曲定理ハ

$$u_1(t)-u_2(t_1)\geqq 2\pi\int_{t_1}^{t}\frac{dt}{\Theta(t)}-8\pi$$

夫レ故一般ノ基点（grund punkten）ノ位置ヲ持ツ場合ニツイテハ，之レ等ノ基点ヲ単位円ノ等分点ニ持チ来スタメノ寫像ノ最大変形度ヲMトスレバ，次数ノ評價式ハIノ結果ノM倍トナル。$\Theta(t)$ ノ評價ヲ精密ニスレバ，ソレダケ結果ハヨクナル。

此ノ方針デ例ヘバ Ullrich ノ定理ハ基点ノ位置ヲ制限シナイデ証明出来ルノデハナイカト思イマスガ今ノ所ウマクイキマセンデシタ。

（終り）