

906. 前談話 = 関スル注意

浅野 隆 三 (阪大)

関氏 / *Zerfallungsgruppe* / 存在 = 関スル定理 / 証明ヲ先日談話會ノ折, 紹介シタ / デアリマシタガ, ソノ際正田先生ガ注意サレタ事項 = ツイテ述べサセテイタダキマス 関氏ノ結果 = ヨツテ群 G / ノ不変部分群 \mathcal{N} = 関スル *Zerfallungsgruppe* / 中デ G / ト同型ナ群ト G/\mathcal{N} / ト同型ナ群ノ直積 = ナルモ / ガアルコトガ分ツタワケデアリマスガ, ソレナラ最初 = サウ云フ直積ヲ取り, ソノ中デ適當 = G / ト同型 = ナル群ヲ求メヨリト云フ様 = スレバ, 極メテ尙單ニ証明ガ得ラレルワケデアリマス。以下其ノ証明ヲ述べマス。

(証明) G / ヲ映ヘラレタ群, \mathcal{N} / ヲ G / ノ不変部分群トシ f / ヲ G/\mathcal{N} / ト同型ノ群トスル。 $\bar{\mathcal{N}}$ / ヲ G / ト同型ナル (*abstract* +) 群トシ, G / ト $\bar{\mathcal{N}}$ / ノ間ノ一定ノ同型對應 = ヨリ G / ノ不変部分群 \mathcal{N} / ト $\bar{\mathcal{N}}$ / ノ不変部分群 \mathcal{N}^* / ガ對應スルモ / トスレバ, f / ハ $\bar{\mathcal{N}}/\mathcal{N}^*$ / ト同型 = ナル。 $\bar{\mathcal{N}}$ / ヲ \mathcal{N}^* / = ヨツテ *Nebenklasse* = カケテ

$$\bar{\mathcal{N}} = \sum \mathcal{N}^* S_{\sigma} \quad (\sigma \in f)$$

トシ, $\mathcal{N}^* S_{\sigma} \leftrightarrow \sigma =$ ヨツテ $\bar{\mathcal{N}}/\mathcal{N}^*$ / ト f / ガ同型 = 對應スルモ / トスル。サテ $\bar{\mathcal{N}}$ / ト f / ノ直積

$$\overline{G} = \bar{\mathcal{N}} \times f$$

ヲ作ルト, $AS_{\sigma} \rightarrow AS_{\sigma} \circ (A \in \mathcal{N}^*, \sigma \in f) =$ ヨツテ $\bar{\mathcal{N}}$

が $\overline{\mathcal{O}_f}$ の部分群

$$\mathcal{O}_f^* = \sum \gamma_c^* S_{\alpha} \sim$$

の上 = 同型 = 移す^(*), \forall 際 γ_c^* の元ハソレ自身 = 移す^(*)。
従ッテ \mathcal{O}_f^* \mathcal{O}_f の上 =, 且ッ γ_c^* γ_c の上 = 移ス同型置換
が存在スル。今ソノ對應元ヲ identify スレバ, $\overline{\mathcal{O}_f}$ ハ \mathcal{O}_f
ヲ含ミ, $\overline{\gamma_c}$ ハ γ_c ヲ含ムコト = ナル。 \mathcal{O}_f / γ_c の代表系 $\{S_{\alpha} \sim\}$
ガ $\overline{\mathcal{O}_f} / \overline{\gamma_c}$ の代表系ヲナスコトハ明白ヲ, $\overline{\mathcal{O}_f}$ ガ \mathcal{O}_f の ($\gamma_c =$
開スル) Zerfällungsgruppe = ナル。(証明終)

如何ナル種類ノ $\epsilon, \tau = \text{角}$ Zerfällungs-
gruppe が存在スルト云フコトダケナラバ上記ノ如ク殆ソ
ド trivial ミタイナコト = ナリマス。單ニ zerfallen
スルト云フコト以外 = 更ニ何等カノ要求ヲスルトナルト, 問
題ハ又別デアリマス。

例ハバ Hauptidealsatz の証明ノ中ヲ利用サレル Artin
ノ定理ニ於テハ, γ_c ガ abelsch デアリマスガ, $\overline{\gamma_c} \in$
abelsch = 取レルト云フコトガ大切ヲ (Zassenhaus,
本 (98頁, Satz 22) デハ $\overline{\gamma_c}$ ガ abelsch ナルコトヲ明示シ
テアリマセンガ), コレハ上記ノ方法デハ勿論不可能デス。

(*) $AS_{\alpha} \cdot BS_{\epsilon} = CS_{\alpha\epsilon} \rightarrow CS_{\alpha\epsilon} \circ \epsilon = AS_{\alpha} \cdot BS_{\epsilon}$ (f の元ハ $\overline{\gamma_c}$
ノ元ト可換)