908. 一ツノ抽象積分ニ就テ

河田　敬義（東大）

確率論デ stochastic process ヲ取扱フトキニ，Khintchine ハ任意ノ parameter t $(0 \leqq t \leqq 1)$ ヲ有スル確率変数 $\{x_t\}$ カラ，無雑作ニソノ積分 $\int_0^1 x_t dt$，ソノ平均値ノ関係 $\overline{\int_0^1 x_t \, dt} = \int_0^1 \overline{x}_t \, dt$ 等ヲ用ヒタ。（Korrelations-theorie der stationäre stochastische Prozesse, Math. Ann. 108）.

Doob ハ之レ等ノ議論ガ全ク一般ニハ成立シナイコト，其レガ許サレルノハ $\{x_t\}$ ガ所謂 measurable stochastic process ノ場合ニ限ルコトヲ主張シタ。此処デハ全ク別ノ立場カラ，直接ニアル確率ノ場ニ於ケル確率変数ノ空間（即チ S－空間）ヲ考ヘテ，其処デノ積分ヲ抽象的ニ取扱ツテ見タイト思ヒマス。

確率論ノ場合ト直接ニ関係スルヤウニ公理等ヲ選ビマシタノデ，S空間ノ値ヲ取ル積分トシテハ、マヅイモノニナッテ終ヒマシタ。皆様ノ御教示ヲオ願ヒ致シマス。（以下 G. Birkhoff: Theory of Lattice ヲ L トシテ引用シマス。）

§1

先ヅ $\mathcal{L}$ ヲ σ－complete vector lattice (L, p. 105) トスル。即チ

1) $\mathcal{L}$ ハ real linear space デ，partially

order が與ヘラレテヰテ，ソレニヨリ lattice ヲ作リ．

2) $\mathcal{L} \ni f \geqq 0$，$\lambda \geqq 0$（$\lambda$: real number）ナラバ $\lambda f \geqq 0$．

3) $f \geqq 0$，$g \geqq 0$ ナラバ $f+g \geqq 0$．

4) 一般ニ $f \geqq g$ ハ $f-g \geqq 0$ ト等値．

次ニ $\mathcal{L}$ ハ單位元 $e>0$ ヲ含ムトスル。即チ

5) 任意ノ $\mathcal{L} \ni a>0$ ニ對シテ $e \frown a>0$

以上カラ直チニ $x^{+}=x \frown 0$，$x^{-}=(-x) \frown 0$ トスレバ，$x=x^{+}-x^{-}$。又 $|x|=x^{+}+x^{-}$ ト定メレバ，

$$|\lambda x|=|\lambda||x|, \quad |x+y| \leqq |x|+|y|.$$

又，n ヲ自然數トスルトキ $x^{(n)}=x \frown ne$ ト置ケバ 5) ノ性質カラ

$$o\text{-}\lim_{n\to\infty} x^{(n)}=x$$

コヽニ o-lim ハ order topology ニヨル極限（L. p. 112）ヲ示ス。

Def. $\mathcal{L} \ni x$ ガ e-bounded トハ適當ナ N（自然數）ニ對シテ $|x| \leqq Ne$ ナルコトヲ云フ。

Axiom I. e-bounded ナ元 x ニ對シテハ実平均値 $\overline{x}$ ガ定マリ，x, y 共ニ e-bounded ナルトキハ

$$\begin{cases} \overline{x+y}=\overline{x}+\overline{y}, \\ \overline{\lambda x}=\lambda \cdot \overline{x} \\ x \geqq y \text{ ナラバ } \overline{x} \geqq \overline{y} \end{cases}$$

ヲ満足スル モノトスル。

Axiom II. $\mathcal{L} \ni x_n \geqq 0$ ガスベテ e-bounded デ且ツ n ニツイテ単調増加デアルトスル。

若シモ $\{x_n\}$ ガ bounded デナイナラバ（即チスベテノ n ニ對シテ $x_n \leqq a$ ナル $a \in \mathcal{L}$ ガ存在シナイナラバ）

$$\lim_{n\to\infty} \overline{x_n} = \infty.$$

（注意） Axiom II ハ余リ面白イ條件デハナイ。若シモ Axiom I デ，$x > y$ ナラバ $\overline{x} > \overline{y}$ ト條件ヲ強メテオクナラバ，Axiom II ハ所謂 "vollkommen" ナル條件（$\mathcal{L} \ni a_n$, $|a_n| \cap |a_m| = 0$，$n \neq m$ ナラバ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ガ存在スル）カラ得ラレル。

§2

$\mathcal{L}$ ノ部分空間 $\mathcal{L}_1$ ヲ，$\mathcal{L}_1 \ni x = x_+ - x_-$ ガ

$$\lim_{n\to\infty} \overline{(x_\pm \cap ne)} < \infty$$

ナル全体トスル。其ノトキ $\overline{x} = \lim_{n\to\infty} \overline{(x_+ \cap ne)} - \lim_{n\to\infty} \overline{(x_- \cap ne)}$ ト置ク。

(i) $\mathcal{L}_1$ ハ linear subspace トナリ，$x \to \overline{x}$ ハ positive linear functional トナル。

（証） $\mathcal{L}_1 \ni x, y \geqq 0$ トスレバ

$$(x+y) \cap ne \leqq (x \cap ne) + (y \cap ne) \leqq (x+y) \cap 2ne,$$

$$\overline{(x+y) \cap ne} \leqq \overline{(x \cap ne)} + \overline{(y \cap ne)} \leqq \overline{(x+y) \cap 2ne}$$

カラ $x+y \in \mathcal{L}_1$, $\overline{x+y}=\overline{x}+\overline{y}$ ヲ得ル。λx ノトキモ同様。

(ii) $\mathcal{L}_1$ デハ $x>y$ ナラバ $\overline{x}>\overline{y}$ トナル。

(証) $x-y$ ヲ考ヘレバ，$x>0$ ノトキ $\overline{x}=0$ カラ矛盾ヲ導ケバヨイ。

$x \frown e = x_1$ トオケバ，$x_1>0$ デ且ツ $0=\overline{x} \geqq \overline{x}_1 \geqq 0$ カラ $\overline{x}_1=0$. シカルニ $m x_1$ $(m=1,2,\cdots\cdots)$ ハ unbounded (L. p. 106, Theo. 7.3)。コレハ Axiom II ニ反スル。

(iii) Axiom II ハ $\mathcal{L}_1 \ni x_n \geqq 0$ ニ對シテモ成立スル。

(証) 今 $x_n \leqq x_{n+1}$, $a=\lim\limits_{n\to\infty}\overline{x}_n<\infty$ トスル。$x_n \frown Ne = x_n^{(N)}$ トスレバ，$\{x_n^{(N)}\}$ ハ N ヲ固定スレバ Axiom II ノ條件ヲ充ス。故ニ $o\text{-}\lim\limits_{n\to\infty} x_n^{(N)}=x^{(N)}$ ガ存在スル。勿論 $x^{(N)} \leqq Ne$ デ，$\overline{x^{(N)}} \leqq a$. 故ニ $\{x^{(N)}\}$ ヲ考ヘレバ，又 Axiom II カラ $o\text{-}\lim\limits_{N\to\infty} x^{(N)}=x$ ガ存在スル。シカルニ $x_n^{(N)} \leqq x^{(N)} \leqq x$ ナル故 $N\to\infty$ トスレバ $x_n \leqq x$ トナル。コレガ求メル結果デアッタ。

(iv) $\mathcal{L}_1 \ni x$ ニ對シテ $\|x\|=|\overline{x}|$ トオケバ，$\|x\|$ ハ norm ノ性質ヲ満足スル：

(イ) $\|x+y\| \leqq \|x\|+\|y\|$,

(ロ) $\|\lambda x\|=|\lambda|\cdot\|x\|$,

(ハ) $\|x\|=0$ ナラバ，$x=0$.

(v) $\mathcal{L}_1$ ハ (iv) ニ於ケル norm ニヨリ Banach space

トナル。

(証) $\mathcal{L}_1$ ノ Complete ナルコトヲ言ヘサヘスレバヨイ。$\mathcal{L}_1 \ni x_n$ ガ $\lim_{m,n\to\infty}\|x_m - x_n\| = 0$ ヲ満足スルモノトスル。$n(k)$ ヲ $m, n \geqq n(k)$ ナラバ $\|x_m - x_n\| \leqq \frac{1}{k^3}$ ナル如クトレバ

$$\sum_{k=1}^{\infty} k\,\left|\overline{x_{n(k)} - x_{n(k+1)}}\right| \leqq \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2} < \infty$$

ナル故, (iii) カラ $\sum_{k=1}^{\infty} k\left|x_{n(k)} - x_{n(k+1)}\right| = u \in \mathcal{L}_1$ ガ存在スル。故ニ $\left|x_{n(k)} - x_{n(k+1)}\right| \leqq \frac{1}{k}u$ カラ (L. p. 112) カラ $o-\lim_{n\to\infty} x_{n(k)} = x$ ガ存在シ, 之レカラ $n-\lim_{k\to\infty} x_{n(k)} = x$, 従ッテ $n-\lim_{n\to\infty} x_n = x$ トナル。(コヽニ n lim ハ norm topology ニヨル lim ヲ示ス)

(vi) $\mathcal{L}_1 \ni x_n$ ニ対シテ $n-\lim_{n\to\infty} x_n = x$ ナルコトヽ, $\|x_n\| < C$ ニシテ $o^*-\lim_{n\to\infty} x_n = x$ ナルコトヽハ equivalent デアル。

(此処ニ $o^*-\lim$ ハ order topology ニ對スル star topology ヲ意味スル (L. p. 29)).

(証) 前者カラ後者ノ出ルコトハ (v) ノトキト同様。後半ハ $x_n \geqq 0$, $x = 0$ トシテモ一般性ヲ失ハナイ。即チ $o^*-\lim x_n = 0$, $\overline{x_n} < C$ カラ $\overline{x_n} \to 0$ ヲ証明スレバヨイ。今 $\overline{x_{n(k)}} > \varepsilon > 0$ ナリトスレバ, $\overline{x_{n(k)}}$ 中基本列ヲ選べバ,

(v)カラ $n-\lim_{r\to\infty} x_{n(k(r))} = x \in \mathcal{L}_1$, $\bar{x} = \overline{\lim x_{n(k(r))}} > \varepsilon$ トナリ，前半カラ $o-\lim_{r\to\infty} x_{n(k(r))} = x \neq 0$ トナリ矛盾トナル。

特ニ $Ne \geqq x_n \geqq -Ne$ ナル x_n ニ對シテハ o^* topology ト norm top. トハ一致スル。

§.3

$[0,1] = X_1$ ノ上ノ $\mathcal{L}$ ノ値ヲ取ル函數 $f(t)$ ヲ考ヘル。

〔定義〕 measurable function ノ class $\mathfrak{M}$ ヲ次ノ性質ヲ有スル最小ノ class トスル。

1) $\mathfrak{M}$ ハ Const. ヲ含ム。

2) $f_1, f_2 \in \mathfrak{M}$ ナラバ $\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 \in \mathfrak{M}$ (α_1, α_2 ハ實數)

3) $f \in \mathfrak{M}$，且ツ $\alpha(t)$ ヲ real measurable function トスレバ $\alpha(t) f(t) \in \mathfrak{M}$.

4) $f_n(t) \in \mathfrak{M}$ デ且ツ t ノ almost everywhere デ $o^*\lim_{n\to\infty} f_n(t) = f(t)$ ナラバ $f(t) \in \mathfrak{M}$.

(vii) $f(t) = f_+(t) - f_-(t)$ ト non-negative function ノ差ニ分ケ，$f_\pm^{(n)}(t) = f_\pm(t) \cap ne$ トスレバ，$f(t)$ が上ノ定義デ measurable ナルタメノ必要十分條件ハ $f_\pm^{(n)}(t)$ が $\mathcal{L}_1$ ニ於テ Bochner ノ意味デ measurable ナルコトデアル。

(証) $0 \leqq f(t) \leqq Ne$ ナル範囲デハ，先ヅ有限値函數が $\mathfrak{M}$ ニ屬シ，從ッテソノ $o^*\lim$ モ $\mathfrak{M}$ ニ屬スル。(vi)カ

o^* lim ト norm lim トハ一致スルカラ，コノ範囲デハ有限値函数 lim トナル $f(t)$ 丈デ 4) ヲ満足スル。
$f_+(t) = o\text{-}\lim\limits_{n\to\infty} f_+^{(n)}(t)$ ナル故，$f_+^{(n)}(t)$ ガ Bochner ノ意味デ measurable ナラバ，$f_+(t)$ モ $\mathfrak{M}$ ニ属サナクテハナラナイ。

逆ニカンスル $f(t)$ ノ class ガ 1) － 4) ヲ満足スルコトヲ証明シヤウ。

先ヅ $\mathfrak{M} \ni f_1, f_2 \geqq 0$ トスレバ，

$$(f_1+f_2)\cap ne = \{(f_1\cap ne)+(f_2\cap ne)\}\cap ne$$

ナル故，（$0 \leqq f \leqq ne$ ナル範囲デハ $f(t) \in \mathfrak{M}$ ナラバ $f(t)\cap f_0$ （f_0 ハ Const.）ハ又 $\mathfrak{M}$ ニ属スル故）2) ノ成立スルコトガワカル。

次ニ 4) ハ $f_n(t) \xrightarrow{o^*} f(t)$, $f_n(t) \in \mathfrak{M}$ トスレバ $f_n^{(r)}(t) \xrightarrow{o^*} f^{(r)}(t)$，即チ Bochner ノ方法デ (*) $f^{(r)}(t)$，又 measurable トナリ，$f(t) \in \mathfrak{M}$ トナル。
他モ同様。

(viii) $f_1, f_2 \in \mathfrak{M}$ ナラバ $f_1 \cup f_2$, $f_1 \cap f_2 \in \mathfrak{M}$.

(ix) $\mathfrak{M} \cap \mathfrak{L}_1$ ハ $\mathfrak{L}_1$ 内ニ於ケル Bochner ノ意味ノ measurable トー致スル。

（証）$\mathfrak{L}_1 \ni f \geqq 0$ トスレバ $\|f(t)\| \geqq \|f(t)\cap ne\|$ ナル故，

$$o^*\text{-}\lim_{n\to\infty} f(t)\cap ne = f(t)$$ カラ，(vi) ヨリ

$$f(t) = n\text{-}\lim_{n\to\infty} f(t)\cap ne$$ トナリ Bochner ノ意味デ $f(t)$ ガ measurable トナル。

§4

次ニ $\mathfrak{M}$ ノ subspace $\mathfrak{J}$ ヲ次ノ條件ヲ満足スル maximal class トシテ定メル。

1) $\mathfrak{J}$ ヲ $f(t)$, A ヲ X_1 ノ Lebesgue measurable set スレバ $\int_A f(t)\,dt \in \mathfrak{L}$ ガ定マリ

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n = A,\quad A_n \cap A_m = 0,\ (n \neq m)$$

ナラバ

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{A_n} f(t)\,dt = \int_A f(t)\,dt$$

2) $f_1(t),\ f_2(t) \in \mathfrak{J}$ ナラバ $\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t) \in \mathfrak{J}$ トナリ（α_1, α_2 ハ実數）

$$\int_A (\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t))\,dt$$

$$= \alpha_1 \int_A f_1(t)\,dt + \alpha_2 \int_A f_2(t)\,dt$$

3) $f(t) = f_0 = \text{Const.} \in \mathfrak{J}$ デ

$$\int_A f_0\,dt = m(A)\cdot f_0$$

4) $f_n(t) \in \mathfrak{J}$, 且ツ $f(t) \in \mathfrak{J}$ デ $|f_n(t)| \leqq f(t)$,

---

前頁脚註 (米) S. Bochner, Integration von Funktionen, deren Werte die Elemente eines Vektorraumes sind. Fund. Math. 20 (1933)

$o^*\lim_{n\to\infty} f_n(t)=f_0(t)$ ナラバ, $f_0(t)\in\mathfrak{I}$ トナリ

$$\lim_{n\to\infty}\int_A f_n(t)\,dt=\int_A f_0(t)\,dt.$$

5) $f(t)\in\mathfrak{I}$ ナラバ $|f(t)|\in\mathfrak{I}$.

(X) $f(t)=f_+(t)-f_-(t)$, $f_\pm^{(n)}(t)=f_\pm(t)\frown re$ トスレバ $f\in\mathfrak{I}$ ナルタメノ必要十分條件ハ $f_\pm^{(r)}(t)$ ガ $\mathcal{L}_1$ ノ値ヲトル Bochner ノ意味ノ measurable function トシテ integrable デ, 且ツ

$$o^*\text{-}\lim_{r\to\infty}\int_A f_\pm^{(r)}(t)=x_\pm$$

ガ存在スルコトデアル。

コノ時 $\int_A f(t)\,dt=x_+-x_-$ トナル。

(證) 5)カラ $f(t)\geqq 0$ トシテ一般性ヲ失ハナイ。$f^{(r)}(t)$ ハ $\|f^{(r)}(t)\|\leqq r$ カラ measurable ナラバ必ズ integrable デ, コノ範囲デ 1)—5) ヲ満足スル。

故ニ $\int_A f(t)\,dt$ ガ定義サレ得ルナラバ, 今ノ方法ヨリ仕方ガナイ。逆ニコノ様ニ $\mathfrak{I}$ ノ範囲ヲ定メタトキニ 1)—5) ノ満足スルコトヲ証明シヤウ。

1) 2) 3) 5) ハ問題ハナイ。 4) ノ証明。 $f_n(t)\geqq 0$, $f_n(t)\xrightarrow{o^*} f_0(t)$, $f_n(t)\leqq f(t)\in\mathfrak{I}$ トスル。

$\int_A f_n^{(r)}(t)\,dt=\mathrm{I}_n^{(r)}$ $(n=0,1,\cdots\cdots)$ トスル。

(コヽニ $f_n^{(r)}(t)=f_n(t)\frown re$ トスル)

$\int_A f^{(r)}(t)\,dt=\mathrm{I}$, $\int_A f_n(t)\,dt=\mathrm{I}_n$, $\int_A f(t)\,dt=\mathrm{I}$

トオク。 $f_n^{(r)}(t)$ ノ積分ハ Bochner ノ意味ノ積分デアルカラ

$$o^* \lim_{n\to\infty} I_n^{(r)} = I_0^{(r)},$$

又定義カラ $o \lim_{r\to\infty} I_n^{(r)} = I_n$ 及 $o \lim_{r\to\infty} I^{(r)} = I$ デアル。

$$\begin{tikzcd} I_n & I_0 \\ I_n^{(r)} \arrow[u] \arrow[r] & I_0^{(r)} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

サテ

$$I - I^{(r)} \geqq I_n - I_n^{(r)} \quad (n=0,1,\cdots)$$

デアルカラ (vi) ヨリ

$$0 \leqq I_n - I_n^{(r)} \leqq w_n,\ w_n \downarrow 0$$

ナル $\mathcal{L}$ ノ元 w_n ガアル。

一方 $I_n^{(r)}$, $I_0^{(r)}$ ハ $\mathcal{L}_1$ ニ属スル故 (vi) カラ

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} k \left| I_0^{(k)} - I_{n(k)}^{(k)} \right|$$

ガ $\mathcal{L}_1$ ニ属スルヤウニ $n(k)$ ヲ選ブコトガ出来ル。

即チ
$$\left| I_0 - I_{n(k)} \right| \leqq \left| I_0 - I_0^{(k)} \right| + \left| I_0^{(k)} - I_{n(k)}^{(k)} \right| + \left| I_{n(k)} - I_{n(k)}^{(k)} \right| \leqq 2 w_n + \frac{u}{k} \downarrow 0$$
トナリ,

$o\text{-}\lim_{k\to\infty} I_{n(k)} = I$ トナル。即チモトメル関係式ヲ得タ。———

(xi) $f(t) \in \mathcal{L}_1$ (for almost every t) ナラバ

$\int_A f(t)\,dt$ ハ Bochner ノ積分トナリ

$$\int_A \overline{f(t)}\,dt = \overline{\int_A f(t)\,dt}$$

ヲ満足スル。

(xii) $f(t)\in\mathfrak{T}$ デ $\int_0^1 f(t)\,dt\in\mathfrak{L}_1$ ナラバ $f(t)$ ハ almost every t デ $\mathfrak{L}_1$ ニ属スル。

コレ等ノ証明ハ別ニムツカシイコトハナイ。

(xiii) $f(t)\in\mathfrak{L}_1$ (for every t) デ $f(t)\in\mathfrak{T}$ デモ必ズシモ Bochner ノ意味デ integrable トハ限ラナイ。(例ヲ後ニ挙ゲル)

§ 5

$\mathfrak{L}$ ニ於ケル $\mathcal{O}^*$ topology ガ metric topology ニナル場合ニハ measurable function ノ class $\mathfrak{M}$ ハ次ノ如ク定メラレル。

(xiv) $\mathfrak{M}\ni f(t)$ ハ適當ナル有限値函数

$$f_n(t)=\sum_{r=1}^{N_n} f_r^{(n)}\chi(A_r^{(n)})$$

(ココニ $X_1=\sum_{r=1}^{N_n} A_r^{(n)}$, $A_r^{(n)}\frown A_s^{(n)}=0\ (r\neq s)$, χ ハソノ特性函数, $f_r^{(n)}\in\mathfrak{L}$) ノ $\mathcal{O}^*$-limit トシテアラハサレル。

コレハ更ニ一般ニ

(xv) X_1 ノ上ノアル metric space S ノ値ヲトル函数 $f(t)$ ヲ考ヘル。ソノ中デ有限値函数ノ極限トナル class ヲ $\mathfrak{M}$ トスレバ, $\mathfrak{M}$ ニ属スル $f_n(t)$ ノ極限函数モ亦 $\mathfrak{M}$ ニ属スル。

コノ証明ハ Bochner ノ証明ヲ少シカヘレバヨイ。

次ニ微分トノ関係ハ

(XVii) $\int_0^t f(t)\,dt$ ハ殆ンド到ル処微分可能デ，ソノ値ハ $f(t)$ ニ等シイ。

又不定積分ハ absolutely continuous デアルが，逆ハ必ズシモ眞デハナイ。

§ 6

$\mathcal{L}$-space ヲ $[0,1]$ 上ノ measurable function ノ equivalent ナ class ノ作ル space トシ，order，平均値ヲ普通ノ意味ニトル。o^*-convergence ハ asymptotic convergence ヲ意味シ，$\mathcal{L}$ ハ S-space トナル。

二変数 x, y ($0 \leqq x, y \leqq 1$) ノ函数 $f(x,y)$ がスベテノ x ニツイテ，x ヲ固定シタトキニ，y ノ measurable function デアレバ，ソレハ一ツノ $\mathcal{L}$ space ノ値ヲトル X_1 ノ函数ヲ定メル。若シモ $f(x,y)$ が二変数ニ関シテ measurable ナラバ §3 ノ意味デ measurable トナリ、逆ニ $f(x,y)$ カラ定ル函数が §3 ノ意味デ measurable ナラバ適当ナ x, y ニツイテノ measurable function $f_1(x,y)$ ヲ選ンデ，

$$m_y(f(x,y) \neq f_1(x,y)) = 0 \text{ for every } x$$

トスルコトが出来ル。

次ニ二変数 x, y ニ関シテ measurable ナ $f(x,y)$ カラ定メラレル $\mathcal{L}$ ノ値ヲトル函数 $\mathfrak{f}(x)$ が integrable

トハ殆ンドスベテノ y ニ對シテ y ヲ固定スレバ $f(x,y)$ ハ x ニ関シテ Lebesgue. integrable ナルコトヽ一致シ且ツソノ時ハ $\int \mathfrak{f}(x)\,dx = \int f(x,y)\,dx$ トナル。$\mathfrak{f}(x)$ ガ Bochner ノ意味デ integrable ナノハ $f(x,y)$ ガ二変數ニ関シテ integrable ナルコトデアルカラ，x 及ビ y ヲ夫々固定スレバ integrable ナルモ、二変數トシテハ integrable デナイ $f(x,y)$ ヲトレバ (xiii) ノ例トナル。又 (xvi) ノ例トシテハ Clarkson ノ挙ゲタ例ヲ考ヘレバヨイ。

即チ $f(x,y)=\begin{cases}0, & x>y\\ 1, & x\leqq y\end{cases}$ トスレバソレカラ定義シタ $\mathfrak{f}(x)$ ハ absolutely continuous デ且ツ微分可能デアルガソノ値ハスベテ 0 トナリ，$\mathfrak{f}(t)$ ハ不定積分ニハナラナイ．