913. ふろべにうす多元環ニツイテ補足(三)

[証明ノ補訂、及ビいでやる束が自己逆同型ナ環ニツイテ]

中山　正(阪大)

(一)ニオケル証明ノ最後ノ所ガ一寸不完全デシタガ、ソノ訂正ハ後ニ述ベマス。

前談話デ、F環ニ於テ、或ヒハ更ニ對稱多元環ニ於テモ、ソノ正規表現ノ直既約成分ノ上下ノ次々ノ *Loewy parts* ノ間ニハ双對關係ガナイコトヲ述ベマシタ。従ッテ勿論ソノ左(タトヘバ)いでやる束ハ自己逆同型デハアリマセン。然シソノ逆ハ成立チマス。即チソノ左及ビ右ノいでやる束ガ共ニ自己逆同型ナラバ準F環デアリ、而モソノ自己逆同型ニ於テ基礎体ニ對スル階数モ *dual* ニナッテヰルナラバF環デアリマス。

コレラノ事ハ(一)ニ述ベタ左右いでやる束ノ互ニ逆同型云々ト違ッテタダアル種ノ準F環又ハF環ヲ與ヘル充分條件ニスギズ、必要條件デハアリマセンカラ意味ハ少クマタ興味モ少イワケデスガ一應述ベテオキマス。即チ

定理　AヲF体Fノ上ノ多元環トスル。ソノ完全可約左及ビ右いでやるノナス束ヲソレゾレ Λ_0, P_0 トスル、マタソノ根基N ヲフクム左及ビ右いでやる(即チ上ニ完全可約ナ左及ビ右いでやる)ノナス束ヲ Λ_1, P_1 トスル。若シ Λ_0 ト Λ_1 ガ逆同型、P_0 ト P_1 ガ逆同型ナラバ Aハ準F環デアル。

更ニモシソノ逆同型デ𝔉ニ對スル階數モ *dual* ニナツテヰルナラバAハF環デアル。

$\boxed{\text{證明}}$ ハ (一) ニオケル定理ノ證明ト殆ンド並行デアルカラ繰リ返ス必要モナイト思ヒマス。[下ノ訂正ヲモ參照]

$\boxed{\text{注意}}$ (一) ニオケル (三番目ノ) 定理ノ假定ハ Λ_0 ト P_1 ガ、マタ P_0 ト Λ_1 ガ逆同型云々デアルガ、コレハマタ Λ_0 ト Λ_1 ガ、マタ P_0 ト P_1 ガ (眞ニ) 同型云々トモ云ヒカヘラレルコト明デアル。

ナホ、前号デ左右いでやる束ガ共ニ自己逆同型トナル𝔉環ノ例トシテ、群環及ビ *outer forms* ノ環 (dx_i ヲミナ独立ト見テ) ヲ擧ゲマシタガ、後者ヨリ更ニ一般ニ(*oriented closed*) *manifold* ノ上ノ *cycle* ノ環ガF環デアリマス。

シカモ勿論 (環トシテ) 自己逆同型デスカラ、ソノ左及ビ右ノいでやる束ハヤハリ共ニ自己逆同型ニナリマス。コレハ或ル意味でぽあんかれーノ *duality* ノ *algebraic counter part* トモ云ヘルト思ヒマス。(勿論 *topological* ニハ有次ナ基デツクラレルいでやる、從ツテ両側いでやるノミガ意味ガアルワケデ、ソレハ代数的ニハツマラヌワケデスガ)

次ニ (一) ニオケル $\boxed{\text{證明ノ補正}}$ 、準F環ナルコトヲ結論スルトコロハヨカツタデスガ、更ニ階數関係カラF環ナルコトヲ云フ最後ノ部分ガ不充分デシタ。即チ「射影幾何」

ノ係数歪体トシテ云々シタ所ハ(假ニ0又ハ1次元ノトキハ係数歪体ガキマッチ来ナイコトヲ観過スルトシテモ)、ソノ同型ハ直接ニハ單ニ抽象的ニソウデアッテ、基礎体Fニ関スル同型ハ結論サレナイワケデスカラ駄目デシタ、ソコハ次ノ様ニスベキデシタ。即チ(一)ニオケル(三番目ノ)定理ノ假定、Λ_0トP_1，及ビP_0トΛ_1ガ逆同型、更ニΛ_0トP_1ノ逆同型デソノ對應スル左，右いでやるノ階数ガ *dual* トスル。

ハジメノ部分カラAガ準F環ナルコトハスデニ知ッテ才ル．ヨッテ根基Nノ左右 *annihilator* $l(N)=r(N)$ヲMデ表ハス。マタ異ル既約表現ニ對應スル例ノ *index* k，ソノ例ノ置換ヲ$\pi(k)$トスル。即チ$E_kM=ME_{\pi(k)}=E_kME_{\pi(k)}$．我々ノ與ヘラレタ$\Lambda_0$ト$P_1$ノ逆同型ヲ$\sigma$デアラハス。シカラバ

$$\sigma(ME_{\pi(k)})=N\cup(1-E_{\lambda(k)})A$$

トナルコトハ(一)ニ述ベタ通リデアル。コヽニ$\lambda(k)$ハ適當ナ *index* デアリ、シカモ$\lambda(k)$ハマタkノ<u>置換</u>デアル．更ニ

(1) $f(\pi(k))=f(\lambda(k))$

ナルコトモ(一)ニ述ベタ。

他方、$e_{k,1}Ae_{k,1}/e_{k,1}Ne_{k,1}=D_k$ナル歪体ヲ考ヘル．ソシテ$(D_k:F)=m(k)$トオク．シカルニ$D_k$ト$D_{\pi(k)}$トハ同型デアル。(*Part* I, §5，定理5参照)．ソレハタトヘバ$e_{k,1}Me_{\pi(k),1}$ノアル元

$(\neq 0)$ ヲ m トシ、シカシテ D_k ノ元 a, $D_{\pi(k)}$ ノ元 a' ガ

$$am = ma'$$

ナルトキニ互ニ對應サセレバコノ對應デ D_k ト $D_{\pi(k)}$ ガ同型ニナルコトガ容易ニワカル。ヨッテ特ニソノ階數ヲ考ヘ

$$(2) \qquad m(k) = m(\pi(k))$$

トナル。

次ニ上ノ $\sigma(ME_{\pi(k)}) = N \cup (1-E_{\lambda(k)})A$ カラ我々ノ假定ノ階數關係ニヨ

$$(ME_{\pi(k)} : F) = (A/(N \cup (1-E_{\lambda(k)})A) : F)$$

トナル。然ルニコレハ

$$f(k)m(k)f(\pi(k)) = f(\lambda(k))m(\lambda(k))f(\lambda(k))$$

トナル。(1) ヲ參照シテ

$$(3) \qquad f(k)m(k) = f(\lambda(k))m(\lambda(k))$$

トナル。

サテ、多元環 A ヲ忘レテシマヒ、單ニ $k=1,2,\cdots\cdots$ t ノ二ツノ置換 $\pi(k)$ ト $\lambda(k)$ ガアルトシ、更ニ自然數ヲ値ニモツ k ノ函數 $f(k)$ 及ビ $m(k)$ ガアリ、ソシテ(1),(2),(3)ヲ充ストスル。ソウスレバソレカラ

$$f(k) = f(\lambda(k)) = f(\pi(k))$$

(從ッテ $m(k) = m(\lambda(k)) = m(\pi(k))$) ナルコトガ單ニ kombinatorisch ナ議論デ出テ來ル。(例ヘバ(3)ヲ最小ニスルヤウナ k ヲ考ヘ、ソレラノ中デマタ

$m(k)$ ヲ最小ニスル様ナ k ヲトッテ云々スル)

ヨッテ多元環 A ニモドッテ、ソレガ F 環ナルコトガワカル。