

973. Uniform Topology と Uniformly continuous functions / Ring 或ハ Vector lattice.

中野 秀五郎

André Weil が actualités Topology を定義シタガ、此レハ實ニ妙ト感シノスルモノデアアルガ、然レ Space R が bicomact ノトキハ其ノ uniform Topology ハ唯一通りトナツテ簡單デアアル。此処デハ任意ノ uniform topology ハ R を含ム諸ノ bicomact space ノ uniform topology デ與ヘラレル事ヲ注意シタリ。

先ヅ topological space $R =$ uniform topology が定義シテアルトキハ、 R ノ上ニ於ケル函数ニツイテ uniform continuous デアルカトイカビ考ヘラレル。Weil ノ Theorem I ニテ R ノ completely regular ナラバ、然カモ R ノ任意ノ一ノ点 p ト、 p を含マザル closed set P 対シテ $f(p) = 1$, $f(x) = 0$ in P , $0 \leq f(x) \leq 1$ in R ナル uniformly continuous function ノ存在ヲ証明シテキル。一般ニ R ノ上ノ bounded uniformly continuous functions ノ全体ハ Vector lattice ヲナス、又 Ring 也。然カモ $\sup_{x \in R} |f(x)|$ ノ norm ト考ヘテ complete ナルコ

トモ明テアル。

此、Vector lattice 或ハ Ring \mathcal{U} R uniform space ト呼テコトヲスル。

今 R \mathcal{U} 任意、complete regular space トスル。又 R 上、bounded continuous functions、Vector lattice 或ハ Ring \mathcal{U} ガ \mathcal{U} 条件ヲ満足シタトス。

1° R 任意ノ一点 p 、及 p \mathcal{U} 含マサル closed set $P = \{x \mid f(x) = 1, f(x) = 0 \text{ in } P, \forall f \in \mathcal{U}\}$ ガ \mathcal{U} 内ニ存在ス。又 \mathcal{U} 内 identity 1 \mathcal{U} 含ム。

2° $\sup_{x \in R} |f(x)| = 1$ 関シテ complete テアルトスル。然ルトキハ \mathcal{U} uniform space トスル R uniform topology ガ唯一通り存在スル。然カモ其レハ次ノ如ク R \mathcal{U} 含ム bicomact space、uniform topology トシテ得ラレル。

\mathcal{U} 内 Ring ト考ヘレバ Stoneノ定理ニヨリ、又 \mathcal{U} \mathcal{U} Vector lattice ト考ヘレバ角谷—Krein—吉田—Stoneノ定理ニヨリ、或 bicomact space B 上、 \mathcal{U} 連続、continuous functions \mathcal{U} 表現出来ル。Ring ト考ヘタ場合ニハ gelfandノ如ク \mathcal{U} \mathcal{U} maximal Ideal、又 Vector latticeノ場合ニハ、吉田—StoneノIdealヲ考ヘルコトニヨリ容易ニ、 R B 内 embedden サレルコトが知ラレル。然カモ此ノ場合 $f(x) \in \mathcal{U}$ 内、 R 上ノ function トシ

ヲモ B 上で一様連続ルコトが証明サレル。故ニ B 上 *uniform topology* ナ、 R 上 *uniform topology* ナ定義スレバ、此レハ明カニ U 上 *uniform space* トシテキル。

以上ニヨリ *Weil* ニヨリ証明サレタ定理、大部分ハ同時ニ証明サレタコトナリマス。又 R 上 *uniform topology* ナ定メルコトハ、 R 上 *bicomact space* ナ定メルコトニ同ナコトが知ラレル。