1048. 單葉函數ノ一定理ニ就キテ

森木 博 (神戸高等商船)

(定理) $f(z)$ ハがうす平面ノ右半平面即チ $R(z)>0$ デ一價正則且ツ單葉ナルトキ，モシモ $f'''(1)+3f''(1)-3f'(1)=0$ ナラバ $f(z)=\alpha z^2+\beta$ デアル。茲ニ α, β ハ複素常數ナリトスル。

(證明) $g(z)=f\left(\dfrac{1+z}{1-z}\right)$ トスレバ $g(z)$ ハ $|z|<1$ デ正則單葉トナル。$g(z)$ ヲ展開スレバ

$$g(z)=f(1)+2f'(1)z+(f''(1)+f'(1))z^2$$
$$+\frac{2}{3}\{2f'''(1)+6f''(1)+3f'(1)\}z^3+\cdots\cdots$$

トナル。$f'(1)\neq 0$ ナル故

$$h(z)=\frac{1}{2f'(1)}\{g(z)-f(1)\}$$

$$=z+\frac{f''(1)+f'(1)}{2f'(1)}+\frac{1}{3f'(1)}\{2f'''(1)+6f''(1)+3f'(1)\}z^3+\cdots\cdots$$

ヲ考ヘレバ $h(z)$ ハ勿論 $|z|<1$ デ正則単葉トナリ、シカモ仮定ノ $f'''(1)+3f''(1)-3f'(1)=0$ ヲ使ヘバ z^3 ノ係数ハ3トナル。

故ニ Löwner ノ定理ニヨリ $h(z)=\dfrac{z}{(1-z)^2}$

オキモドセバ $f(z)=\alpha z^2+\beta$

——（完）——