

1056. 束ノ合同ノ束ニツイテ

中山 正 (名大)

「位相数学」四巻一号 = 船山氏が「有限次元ノ束ノ合同ノ束ハ分配束デアール」トイフ興味アル定理ヲ述ベラレタ。ソレニツイテ、或ヒハ小生ノ考、違ヒカモ知レエセンガ有限次元トイフ条件ハイラナイ様ニ思ハレマス。即チ同氏ハ素商ニマデ分解シテ論シテ居テレスガ、ソウシナイデモ良ク、従ツテ一般ノ束デア云ヘルヤクニ思ハレルノ下。先ツ一ツノ束 L = オケル合同 θ ハ、ソレニヨツテ *annull* ナレル商ノ集合ニヨツテ一意的ニ決定ナレル。即チ二元 a, b ハ $a \sim b \equiv a \sim b (\theta)$ ナルトキ且ツ \exists 一特ニカギツテ $a \equiv b (\theta)$ デアル。ソカシテ θ = ヨツテ *annull* ナレル商ノ全体ノ束ノ集合 \mathcal{R} ハ次ノ性質ヲモツ。

(i) $u/v \in \mathcal{R}$ ナルトキ、ソレ *transpose* ナル

$$p/q \in \mathbb{A},$$

$$(ii) \quad u/v \in \mathbb{A}, \quad u \geq p \geq q \geq v \quad \text{ならば} \quad p/q \in \mathbb{A},$$

$$(iii) \quad u/v \in \mathbb{A}, \quad v/w \in \mathbb{A} \quad \text{ならば} \quad u/w \in \mathbb{A}$$

然るに逆 = カノル性質ヲモツ商ノ集合 \mathbb{A} ガアレバ、
 ソレハ一ツノ合同 θ ヲ定義スル。スナハテ $a \vee b / a \wedge b \in \mathbb{A}$
 ナルコトヲ $a \equiv b \pmod{\theta}$ ト定義スルノチアリ。コト
 = (ii), (iii) ヲ考慮ニ入レバ、コレハ $a \vee b / a \in \mathbb{A}$ ナ
 ルトキ $a \equiv b \pmod{\theta}$ トイフト云ツテモ同シナリ。
 (更ニ同様ニ $a \vee b / b \in \mathbb{A}$, 或ハ $a / a \wedge b \in \mathbb{A}$, 或ハ
 $b / a \wedge b \in \mathbb{A}$) ト云ツテモヨイ。

サテ斯ク定義サレタ $\equiv \pmod{\theta}$ ガ合同ナルコト
 ナルコトヲ云ハシ。

ソレハ容易ナリ。先ツ $\equiv \pmod{\theta}$ ナル關係
 ガ同値律ヲミタスコトヲ示ス移動律サヘ云ハバヨイ。

$a \equiv b \pmod{\theta}, \quad b \equiv c \pmod{\theta}$ トスル。 \sim ヲ transpose
 ノ記号トシ

$$a \vee b \vee c / a \wedge b \sim b \vee c / (a \wedge b) \wedge (b \vee c)$$

$$\text{シカレバ} \quad b \vee c \geq (a \wedge b) \wedge (b \vee c) \geq a \wedge b \quad \text{ナリ、}$$

$$b \vee c / b \in \mathbb{A} \quad \text{ナリナラバ} \quad a \vee b \vee c / a \wedge b \in \mathbb{A} \quad \text{ナリ、}$$

$$\text{他方} \quad a \vee b / a \in \mathbb{A} \quad \text{ナリナラバ} \quad a \vee b \vee c / a \in \mathbb{A}.$$

$$\text{故チ} \quad a \vee c / a \in \mathbb{A}. \quad \text{故ニ} \quad a \equiv c \pmod{\theta} \quad \text{ナリ、}$$

ヨツテ $\equiv \pmod{\theta}$ ハ類別ナリ。

シカレバ $a \equiv b \pmod{\theta}, \quad a \vee b \geq x \geq y \geq a \wedge b$ ト
 スレバ $x/y \in \mathbb{A}$ 故ニ $x \equiv y \pmod{\theta}$ ナリ。

マダ $a \sim b \equiv a(\theta)$ 又ハ $a \wedge b \equiv a(\theta) + \text{ラバ} a \equiv b(\theta)$
デアリ能ツテ互ノ他方が出ルコトモスデ=述ベタ。

故= $\equiv(\theta)$ ハ合同デアル。(船山氏定理(参照)(或
ハ(i), (ii), (iii)・カラ直接証明シテモヨイ)。

1次=L, 商, 関=順序ヲツケル。マダ $u/v \sim p/q + \text{ラ}$
 $u/v \geq p/q$, マダ $u \geq p \geq q \geq v + \text{ラ} u/v \geq p/q$. 且
ツコレカラ後動律ヲ自然=出ル場合=マハリ \geq トスル。カ
クシテ得ラレタ商 i pseudo-ordered system カ
ラ identification =ヨリ partially ordered
system ヲツトスル。シカラバ上記ノ性質(i), (ii), (iii)ヲ
ミタス商ノ集リハ, Yカラ $\{0, 1\}$ ノ+ス二元束 $B \wedge$ ノ單
調函数デ 0 = 對應スルモノトシテ特徴ヅケラレル。

ス+ハテ合同ノ+ス束ハ B^Y ト同型デアリ命題束デアル。
(証明終リ)

以上船山氏ノト大差アリマセンガ、タゞ素商=マデ命題束
トモヨア、能ツテ有限次元トイフ假定+シテ云ヘルマウ=思
ヒマシクノデ。

タバシ, ドコカ考ヘ違ヒシテオクルノカモ知レマセン。御
教示ヲ乞ヒマス。