

1136. 春木氏ノ「積分不等式」ニ就テ

豊田理化学研究所 佐藤 常三

第 253 号, 1118 = 於テ春木氏ノ才求トニテラレタ
ニツク積分不等式

$$(1) \int_a^b [f^{(n)}(x)]^2 dx \geq \frac{1}{b-a} [f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)]^2$$

$$(2) \int_a^b x^2 [f^{(n)}(x)]^2 dx \geq \frac{1}{b-a} [bf^{(n-1)}(b) - af^{(n-1)}(a) - f^{(n-2)}(b) + f^{(n-2)}(a)]^2$$

(但シ $b > a$, $f(x)$ は $a \leq x \leq b$ テ n 回連続微分可能
ハ Schwarz 不等式カラ直接誘導サレルモ, テハナイ
テセヨカ。

(1) ハ

$$(1') \left[\int_a^b \varphi(x) dx \right]^2 \leq (b-a) \int_a^b [\varphi(x)]^2 dx$$

カテ, 又

(2) ハ

$$(2') \left[\int_a^b x^p \varphi(x) dx \right]^2 \leq (b-a) \int_a^b x^{2p} [\varphi(x)]^2 dx,$$

$$\text{但シ } \begin{cases} \int_a^b x^p \varphi(x) dx = \left[x^p \varphi_1(x) \right]_a^b - p \int_a^b x^{p-1} \varphi_1(x) dx, \\ \varphi_1'(x) = \varphi(x) \end{cases}$$

カラ

従って若し Hölder 不等式ヲ用ヒバ、尙一般化
サレマス。例へバ (1) ハ

$$\int_a^b |f^{(n)}(x)|^p dx \geq \frac{1}{(b-a)^{p-1}} |f^{(n-1)}(b) - f^{(n-1)}(a)|^p$$

($p > 1$)