1185. 備忘録ヨリ

稲葉榮次(北大)

第263号ノ岩村，中山両氏ノ興味アル記事ヲ拝見シテ約1年程前ニ於ケル学生ノ*Seminar*ノ際ノ記憶ガ蘇ツタノデ、コヽニ筆ヲ執ルコトニシマス。

群ノ指数有限ナル部分群ニ関スル類分解ニ於テ左ノ場合モ右ノ場合モ共通ノ代表ガトレルコト、及ビ指数有限デナイ場合ニハ必ラズシモソウハナラヌコトニ就テハ「ハンブルグ」ノ論文集第五号(1927)デ、*Van der Waerden* ガ論ジテ居ルコトヲ守屋サンヨリソノ時知ラサレタ次第デス。　同論文ニハ一次線状変換群 $\varphi(x)=ax+b$ (a, b 有理数)ノ部分群トシテ $\varphi(x)=x+n$ (n 有理整数)ナル変換全体ヲトルト云フ平凡ナ反例ヲ示シテオリマスガ、岩村，中山両氏ノ自由群ノ例ハ面白イト思ヒマス。

尚ホ指数有限ノ場合ノ証明ニツイテデスガ、*Zassenhaus* ノ様ニ *kombinatorisch* ナ定理ヲ用ヒテスルノモ面白イノデスガ、稍大掛リノ感ガシマスシ、亦置換群ニヨル表現ヲ用ヰルノモ(*Miller* ノ有限群ノ場合ノ証明モ同様ニ)悪クハアリマセン

ガ、私ニハ他ノ方法ガ望マシカッタノデ、ソノ際「ノート」ニ書キトドメテアッタ証明ヲコヽニ書キ添ヘテ見ルコトニシマス。

G ノ部分群 H ノ指数有限デアルトシテ、G ヲ H ニ関シ両側類分解ヲスル。即チ

$$G = H + Ha_1H + Ha_2H + \cdots\cdots\cdots$$

ソコデ HaH ヲ H ニ関スル左類ノ和トシテ或ハ右類ノ和トシテ表ハシタトキ、共通ノ代表ガトレルコトヲ云ヘバイヽ、 ソレニハ HaH ニ含マレル左類及ビ右類ノ個数ガ相等シイコトヲ云ヘバ充分デアル。何トナレバ

$$HaH = \sum_{i=1}^{n} Hab_i, \quad b_i \in H \;;$$

$$HaH = \sum_{i=1}^{n} c_i aH, \quad c_i \in H,$$

ナラバ，$c_i ab_i$ ハ Hab_i ト $c_i aH$ ノ共通ノ代表デアルカラ。 サテ b_i ハ H ヲ $H \frown a^{-1}Ha$ ニ関シ左類ニ分解シタトキノ代表ヲエラベバイヽシ、c_i ハ H ヲ $aHa^{-1} \frown H$ ニ関シ右類ニ分解シタトキノ代表ヲ選ラベバイヽカラ、HaH ニ含マレル左類ノ個数ハ $H \frown a^{-1}Ha$ ノ H ニ於ケル指数ニ等シク（コレハ假定ニヨリ有限ナルコトガワカル）、亦 HaH ニ含マレル右類ノ個数ハ $aHa^{-1} \frown H$ ノ H ニ於ケル指数（有限）ニ等シイ。

シカルニ後者ハHヘ$a^{-1}Ha$ノ$a^{-1}Ha$ニ於ケル指数ニ等シイ。亦Hモ$a^{-1}Ha$モGニ於テ同ジ指数ヲ有スルカラ、Hヘ$a^{-1}Ha$ノHニ於ケル指数モ$a^{-1}Ha$ニ於ケル指数モ相等シイ。

—以上—

尚ユヽニ採用シタ、左類、右類ノTerminologieハVan der Waerdenアタリノソレト反対デアルコトニ御注意ヲ乞フ。

(19, 7, 3)