

38. Borsuk / 定理ニ關スル小注意

井関 清志

X ヲ *normal topological space*. S_n ヲ $(n+1)$ 次元ノ *euclid space* / 單位球ノ表面トシ $X =$ 含マル *closed set* C デ定義サレタ S_n ニ値ヲモツ連続函数ノ全体 S_n^C ハ ρ ヲ S_n 上ノ *metric* トスレバ、

$$\rho^*(\varphi_1, \varphi_2) = \sup_{x \in C} \rho(\varphi_1(x), \varphi_2(x)). \quad \varphi_1, \varphi_2 \in S_n^C$$

ニヨツテ距離付ケラレ *complete + metric space* ニナル。

S_n^C ヲ φ 字ノ全体ニ *extension* サレルモノ全体ヲ \mathcal{O} トスル。 \mathcal{O} ハ S_n^C テ *open* 且 *closed set* ニナルトイフ重要ナ結果ヲ K. Borsuk ガ導イテキル。(少シ一般化サレタ定理ヲ述ベタガ)

コノ結果ハ *homotopy Theory* / 所謂基本定理カラ実ニ簡單ニ導ケルコトガワカル。即チ \mathcal{O} ヲ φ_1, S_n^C ヲ $\varphi_2, \rho^*(\varphi_1, \varphi_2) \leq 1$ ナルトキ、 $\varphi_1 \in \mathcal{O}$ ヲ示セバヨイ。 φ_2 ガ $X =$ *extension* サレルコトヲ言ハバヨイ。ソレニハ φ_1 ト φ_2 トガ C デ *homotopic* ニナルコトヲ言ハバ、 φ_1 ハ $X =$ *extension* サレルカラ φ_2 ハ $X =$ *extension* サレル。 $I: 0 \leq t \leq 1$ トシテ $X \times I$ ナル *product space*, *closed subset* $C \times I$ ヲトリ、 $C \times I$ デ定義サレタ連続函数 $f(x, t)$ デ $f(x, 0) = \varphi_1(x)$ $f(x, 1) = \varphi_2(x)$ ナルモノヲ求めルトヨイ。 C ノ各点 x ニ対シテ、 $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ ヲ結ブ大円ノ弧ノ短イ方ヲ $1-t: t =$ 分ツ。 S_n 上ノ点ヲ $f(x, t) =$ 對應サセルトヨイ。

コノ結果ト Eilenberg ノ結果⁽²⁾ トニヨリ、 S_n ノ *proper closed set* C ガ S_n ヲ *separate* シナイモノトスレバ S_n^C ハ S_n^{C-1} ハ S_n $=$ *extension* サレルコトガワカル。

(1947. 3. 13)

(1) K. Borsuk; Monatsheften für Math.-u. Phys. Bd 38

(1931) 4 頁ノ証明ハユノ論文中ニアル。

(2) S. Eilenberg: F. M. 26 (1936)