43. 一般化サレタ Flow ニツイテ　II

松下　眞一（九大）

（５）

今マデノ所[*] 全ク代数的ニ話ヲススメテ来タガ，$\mathfrak{L}$ ニ於ケル測度ノ関係ヲシラベル事ニ依リ一応 Flow ノ分解定理ハ形ヲ整ヘルデアラウ。コレモ近藤教授ノ曩ノ論文ノ方法ト *analogous* ニヨッテユケル。

即チ $\mathfrak{L}$ ノ上ノ 完全加法的 且 *non-negative* ナ函数トシテノ測度 $m(a)$，$a \in \mathfrak{L}$ デ

i) $m(a)=0$ ナラバ　$a=0$

ii) $m(E)=1$

ヲ満足スルモノヲ考ヘル。

又 $\tilde{\mathfrak{L}}$ ノ上ニ *induce* サレタ測度 m^* ヲ

$$m^*([x]) = m(x)$$

ト定義スル。スルト（3）[*]ニ於ケル諸関係ニ対応シテ．

α) $m^*([x+y]) = m^*([x]) + m^*([y])$　但シ $[x] \wedge [y] = 0$

β) $m^*([0]) = 0$　且ツ　$m^*([E]) = 1$

トナリ．従ッテ　$m^*([x]) = m^*([x]_{\mathcal{D}}) + m^*([x]_{\mathcal{E}})$　ト書ケル。

所ガ実ハ$\mathfrak{X}$ハ *Stone* ノ意味デ *bicompact* 且ツ *totally disconnected* ナ *Hausdorff* 空間ニナリ $\mathfrak{X}$ノ要素ハ *closed-open* ナ集合ニナッテヰル。従ッテ角谷氏ノ方法デ *Jordan* 測度 m^* ハ *Lebesgue* 測度ニ拡張出来ル。

即チ $A_k \subset \mathfrak{X}$ $(k=1,2,\cdots\cdots)$ ガ互ニ素ナ系列ナラバ

$$m^*\left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k\right)=\sum_{k=1}^{\infty} m^*(A_k)$$

デアル。従ッテ *Hopf* ノ定理[14]ガツカヘテ $\mathfrak{X}$ カラ決定サレル *Borel-field* $\mathfrak{X}^*$ ノ上ノ完全加法的ナ測度ニマデ m^* ヲ拡張スルコトガ出来ル。又同様ニ $[\mathrm{B}]$ カラ導カレタ *Boole* 代数 $\widetilde{\mathrm{B}}$ ノ上ノ測度 m^{**} ヲ定義スル。

（6）

サテ $A \in \widetilde{\mathrm{B}}$ ナルトキ，$\nu \in A$ ナル如キ ν ヲ含ム $[\mathfrak{X}]_\varepsilon$ 要素ノ全体ヲ E_A トシ，又 $\mathfrak{X}$ ノアル要素ノ $\mathfrak{X}$ ニ於ケル表現ヲ X トスルトキ

$$m^*(E_A \cdot X)=\Phi_X(A)$$

ナル函数 $\Phi_X(A)$ ヲ考ヘルト，コレハ明ラカニ m^{**} 測度ニ関シテ絶対連続デアリ，且ツ A_k $(k=1,2,\cdots\cdots)$ ガ $\widetilde{\mathrm{B}}$ ノ互ニ素ナ系列ナルトキ

$$\begin{aligned}\Phi_X\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k\right)&=m^*\left(E_{\bigvee_{k=1}^{\infty} A_k}\cdot X\right)\\&=m^*\left(\left(\bigvee_{k=1}^{\infty} E_{A_k}\right)\cdot X\right)=m^*\left(\bigvee_{k=1}^{\infty}(E_k\cdot X)\right)=\sum_{k=1}^{\infty} m^*(E_{A_k}\cdot X)\\&=\sum_{k=1}^{\infty}\Phi_X(A_k)\end{aligned}$$

ヨリ $\Phi_X(A)$ ハ A ニ関シテ完全加法的デアル。

依ッテ *Radon-Nikodym* ノ定理ニヨリ m^{**}-*measurable* ナ函数 $\Theta_X(\nu)$ ガ存在シテ，

$$\Phi_X(A)=\int_A \Theta_X(\nu)\,dm^{**}.$$

ト書ケル。此処ニ於テ $A=[\mathrm{B}]$ トシ且ツ $\Theta_X(\nu)=m_\nu^*(X_\nu)$ ト置ケバ，上ノ式ハ

$$m^*(E_{\mathrm{B}}X)=\int_{[\mathrm{B}]} m_\nu^*(X_\nu)\,dm^{**}$$

トナル。以上ヲマトメテ書ケバ，

Theorem 3. $\mathfrak{X}$, $\widetilde{\mathfrak{X}}$, $\widetilde{\mathrm{B}}$ ガ以上ノ如ク定義サレタトキ，

$X \in \mathfrak{X}$ ハ ソノ代数的ナ分解ニ対応シテ

$$m^*(X) = m^*(X_D) + m^*(X_\varepsilon)$$

且ツ $$m^*(X_\varepsilon) = \int_{[B]} m_\nu^*(X_\nu)\, dm^{**}$$

トナル。但シ m^*, m^{**} ハ夫々 $\mathcal{L}$ ヨリ導カシタ $\widetilde{\mathfrak{X}}$, $\widehat{B}$ ノ上ノ測度デアル。(***)

ナホ スベテノ $\sigma \in S$ ニ対シ

$$m(a^\sigma) = m(a)$$

ナルトキ S ハ 測度 m ニ対シテ *measure Preserving* (m.p) デアルト云ヒ、又 測度 m ハ S ニ対シテ *invariant measure* デアルト云フ。

Flow S ニ関シテ *invariant measure* ヲミツケル問題ニ対シテハ此処デハ触レナイガ、唯 S ガ *invariant measure* ヲモツ場合ハ実ハ S ノ *dissipative part* ハ存在シテイ且ツ S ガ m.p. ナ *flow* デアレバ ソレカラ導カレタ U_ν^σ ($\sigma \in S$, $\nu \in [B]$) ハ $\widetilde{\mathfrak{X}}_\nu$ ノ 上ノ m.p. *flow* ニナルコトヲ注意シテ置カウ。

（補記）. 談話 24 ニ於ケル (2) ノ條件ノ中 $(a^\sigma)' ((a'))^\sigma$ $E^\sigma = E$ デナイ限リ 正シクナイシ、且ツ後ノ議論ニ於テ ソレハ不用デアルカラ省略シマス。

(*) 全国紙上数学談話会 第2輯 第3号

(**) E. Hopf : Ergodentheorie. J. Springer (1937)

(***) $U^\sigma X$ ($\sigma \in S$) ニ関シテハ :

$$m^*(U^\sigma X) = m^*(U_D^\sigma X_D) + m^*(U_\varepsilon^\sigma X_\varepsilon)$$

且ツ $$m^*(U_\varepsilon^\sigma X_\varepsilon) = m^*\Big(\sum_{\nu \in [B]} \oplus\, U_\nu^\sigma X_\nu\Big) = \int_{[B]} m_\nu^*(U_\nu^\sigma X_\nu)\, dm^{**}$$

1947. 3. 18