48. 談話31の補足

(阪大) 永尾 汎

談話31ノ[定理9] 即チ Remak-Schmidt ノ定理ノ証明デ少シ思ヒ違ヒガアッタ事ヲ浅野先生ノ御注意ニ由リ気附キマシタノデコヽデ訂正サセテ頂キタイト思ヒマス。

即チ第2巻. 第4号. 55頁ノ下カラ五, 六行目デ 各 $\gamma_i \beta_i$ ガ $[v, b_i]$ ノ nilpotent ナ n. End. デアレバ ソノ和モ又 nilpotent ニナル事ヲ簡単ニ言ッテ居マスガ, アノ様ニ簡単ニハ証明出来ナイ様デス。シカシ次ノ補助定理ヲ用フレバ証明出来マス。

[補助定理 1]

a ヲ直既約ナ有限次元 modular 束ノ元トシ, θ_1, θ_2 ヲ0デナイ $[0, a]$ ノ nilpotent ナ n. End. トスレバ

$d(a\cdot\theta_1\theta_2) < d(a\cdot\theta_1)$ ガ或ハ $d(a\cdot\theta_1\theta_2) < d(a\cdot\theta_2)$ ノ何レカデアル。

[証明] $d(a\cdot\theta_1\theta_2) \leqq d(a\cdot\theta_1)$ ハ明カデアル.

故ニ $d(a\cdot\theta_1\theta_2) < d(a\cdot\theta_1)$ カ 或ハ $d(a\cdot\theta_1\theta_2) = d(a\cdot\theta_1)$ デアル。

今 $d(a\cdot\theta_1\theta_2) = d(a\cdot\theta_1)$ トスレバ

$$a\cdot\theta_1 \wedge a_{\theta_2} = 0$$

$$\therefore\ d(a\cdot\theta_1 \vee a_{\theta_2}) = d(a\cdot\theta_1) + d(a_{\theta_2})$$

a ノ直既約性ニ由リ $a > a\cdot\theta_1 \vee a_{\theta_2}$

$$\therefore\ d(a) = d(a\cdot\theta_2) + d(a_{\theta_2}) > d(a\cdot\theta_1) + d(a_{\theta_2})$$

$$\therefore\ d(a\cdot\theta_2) > d(a\cdot\theta_1) = d(a\cdot\theta_1\theta_2)$$

ヨッテコノ定理ヲ得ル. (証終)

[補助定理 2]

a ヲ n 次元ノ modular 束ノ直既約ナ元トシ, $\theta_1, \theta_2 \cdots\cdots$ θ_{2^n} ヲ夫々 a ノ nilpotent ナ n. End. トスレバ

$a\,\theta_1\theta_2 \cdots\cdots \theta_{2^n} = 0$ デアル。

[証明]

$a\cdot\theta_1\theta_2\cdots\cdots\theta_{2^n}\neq 0$ トスレバ

$d(a\cdot\theta_1\cdots\cdots\theta_{2^n}) < d(a\cdot\theta_1\cdots\cdots\theta_{2^{n-1}})$

或ハ $d(a\cdot\theta_{2^{n-1}+1}\cdots\cdots\theta_{2^n})$

$d(a\cdot\theta'_1\cdots\cdots\theta'_{2^{n-1}}) < d(a\cdot\theta'_1\cdots\cdots\theta'_{2^{n-2}})$

或ハ $d(a\cdot\theta'_{2^{n-2}+1}\cdots\cdots\theta'_{2^{n-1}})$

$d(a\cdot\theta_1^{(n-1)}\theta_2^{(n-1)}) < d(a\theta_1^{(n-1)})$

或ハ $d(a\cdot\theta_2^{(n-1)})$

$d(a\cdot\theta^{(n)}) < d(a)$

故ニ $d(a/a\cdot\theta_1\cdots\cdots\theta_{2^n}) > n$ トナリ矛盾デアル.

故ニ $a\cdot\theta_1\cdots\cdots\theta_{2^n} = 0$ デアル。 (証終)

コノ二ツノ補助定理ニ由リ直チニ次ノ定理ヲ得ル.

[定理] a ヲ n 次元 modular 束ノ直既約ナ元トシ、$\theta_1,\cdots\cdots,\theta_r$ ヲ夫々 a ノ nilpotent ナ n.End. トスレバ

$a(\theta_1+\theta_2+\cdots\cdots+\theta_r)^{2^n}=0$

コノ定理ニヨリ Remak-Schmidt ノ証明ノ所ハ解決サレタ。

[注意]: 浅野先生ノ Ideal 論ノ講義ニ由リマスト

[定理] L ヲ次元 r ノ束(modular デナクテモヨイ)トシ.

L ノ End. $\theta_1,\theta_2,\cdots\cdots,\theta_r$ ノスベテノ和環ガ

nilpotent デアレバ $\theta_1\theta_2\cdots\cdots\theta_r=0$ デアル。

トイフ事ガイヘマス. コノ定理ニ由レバ上ノ定理ニ於テ実ハ

$a(\theta_1+\theta_2+\cdots\cdots+\theta_r)^n=0$ ガイヘル事ニナリマス。

尚 54頁ノ最初ノ所ガ抜ケテキマスノデ補足シテオキマス。

[定理5] $[0,a]$ ノ一ツノ n.End θ ニ由リ

$a > a\theta > \cdots\cdots > a\theta^{n-1} > a\cdot\theta^n = a\cdot\theta^{n+1} = \cdots\cdots$

トスレバ $a = a\cdot\theta^n \vee a_{\theta^n}$ ナル直和分解ガ得ラレル。

(1947.5.6)